LES CONNAISSANCES MATHÉMATIQUES DES ENSEIGNANT·ES POUR L'ENSEIGNEMENT DES FRACTIONS EN 7ÈME PRIMAIRE

MÉMOIRE RÉALISÉ EN VUE DE L'OBTENTION DU
***MASTER OF SCIENCE* EN DIDACTIQUE DISCIPLINAIRE**
Orientation : Mathématiques

Layla Ayari
(P27604)

DIRECTEUR DU MÉMOIRE

Stéphane Clivaz, HEP Vaud

MEMBRES DU JURY

Maud Chanudet, Université de Genève

Marie-Line Gardes, HEP Vaud

LAUSANNE, JUIN 2024

RÉSUMÉ

Ce mémoire explore les connaissances mathématiques des enseignant·es pour l'enseignement des fractions en 7ème primaire en Suisse romande. Afin de décrire les connaissances mathématiques pour l'enseignement, le cadre théorique des *Mathematical knowledge for teaching* (Ball et al., 2008) a été utilisé. Pour spécifier les connaissances des enseignant·es à propos des fractions, nous avons effectué une analyse mathématique, en faisant notamment intervenir les concepts de significations des fractions (Behr et al., 1983 ; Kieren, 1976) et de représentations sémiotiques des objets mathématiques selon Duval (1993, 2006).

Dans cette étude qualitative, des entretiens semi-directifs avec cinq enseignantes de 7ème primaire ont été menés. Ces entretiens portaient sur leur compréhension d'activités du manuel romand ESPER (www.ciip-esper.ch) et leurs pratiques d'enseignement des fractions. Les entretiens ont été transcrits et codés à l'aide du programme MAXQDA (www.maxqda.com). Pour formuler les codes et les indicateurs, nous avons utilisé les catégories des *Mathematical knowledge for teaching* (MKT), les représentations sémiotiques et les différentes significations des fractions.

Les résultats indiquent que les connaissances mathématiques pour l'enseignement (MKT) des enseignant·es sont surtout des connaissances spécifiques à l'enseignement, des connaissances du contenu et des connaissances de l'apprentissage des élèves. Au-delà de l'aspect descriptif des MKT, ces catégories nous ont permis de déterminer des segments de connaissances dans lesquelles il a été possible de superposer les représentations sémiotiques et les significations des fractions afin d'en inférer des liens. À partir de ces liens, nous avons observé que les enseignant·es mettent l'accent sur les difficultés potentielles des élèves, mais que certains obstacles, nécessitant une compréhension plus approfondie des fractions de la part des enseignant·es, sont négligés. Par ailleurs, les connaissances des enseignant·es sur les fractions sont influencées par les activités ESPER présentées lors des entretiens, que ce soit en termes de significations des fractions (prédominance de la fraction-*mesure*) ou de représentations sémiotiques.

Mots-clés : fractions, connaissances mathématiques pour l'enseignement, *Mathematical knowledge for teaching*, représentations sémiotiques, significations des fractions, ESPER.

REMERCIEMENTS

Merci à toutes les personnes sans qui ce mémoire n'aurait eu ni début ni fin. Merci à …

… Stéphane Clivaz qui a suivi toute l'élaboration de ce travail, de la première ébauche au rendu final. Merci pour sa disponibilité et ses retours constructifs.

… Maud Chanudet et Marie-Line Gardes qui ont gentiment accepté de participer au jury.

… toutes les participantes pour le temps accordé et pour la richesse des échanges.

… Margaux pour la relecture attentive.

… les amies et les amis pour leur soutien inconditionnel.

LISTE DES ABRÉVIATIONS

MKT	*Mathematical knowledge for teaching* / les connaissances mathématiques pour l'enseignement
SMK	*Subject matter knowledge* / les connaissances du sujet
PCK	*Pedagogical content knowledge* / les connaissances pédagogiques
CCK	*Common content knowledge* / les connaissances mathématiques communes
HCK	*Horizon content knowledge* / les connaissances de l'horizon mathématique
SCK	*Specilized content knowledge* / les connaissances mathématiques spécifiques à l'enseignement
KCT	*Knowledge of content and teaching* / les connaissances du contenu et de l'enseignement du sujet
KCS	*Knowledge of content and students* / les connaissances des élèves et de l'apprentissage du sujet
KCC	*Knowledge of content and curriculum* / les connaissances du programme et des moyens d'enseignement
PER	Plan d'études romand
MER	Moyen(s) d'enseignement romand(s)
CIIP	Conférence intercantonale de l'instruction publique de la Suisse romande et du Tessin
NRF	Nombres rationnels et fractions

TABLE DES MATIÈRES

1 Introduction

Lors de notre récent parcours académique de Master en didactique disciplinaire, nos connaissances concernant l'enseignement des mathématiques, se sont vues enrichies que ce soit au travers des cours mais également du stage de recherche et formation. Ce perfectionnement a eu une influence considérable sur notre pratique, nous conduisant à interroger les effets que les savoirs disciplinaires et didactiques peuvent avoir sur l'enseignement d'un sujet en mathématique. En effet, comprendre à quelles connaissances mathématiques les enseignant·es font appel dans leurs pratiques et comment ces connaissances interagissent dans leur enseignement nous passionne.

Consciente de la diversité des savoirs mathématiques et de l'ampleur de cette discipline, il nous semble nécessaire de spécifier le domaine de connaissances sur lequel centrer notre analyse. En premier lieu, nous souhaitons étudier les connaissances des enseignant·es primaires qui ont la particularité, en Suisse romande, d'être des généralistes c'est-à-dire qu'elles·ils ont à leur charge plusieurs voire toutes les branches du programme. Ensuite, le contexte scolaire et actuel en Suisse romande a été décisif. En effet, si le plan d'études (PER) n'a pas changé depuis 2011 (Conférence Intercantonale de l'Instruction Publique de la Suisse Romande et du Tessin (CIIP), s. d.), un nouveau manuel officiel[1] a fait son apparition depuis 2018 (CIIP, 2018) en commençant par les classes de 1ère et 2ème primaire. Pour les enseignantes et enseignants de 7ème année du canton de Vaud, il s'agit même de la première rentrée (2023) où elles et ils doivent l'utiliser. Dans ce manuel, un changement en particulier mérite d'être noté : l'entrée dans les nombres rationnels et décimaux à travers les fractions et l'introduction de l'écriture décimale par les fractions décimales.

La place des fractions a donc pris de l'ampleur et devient un passage obligatoire, ce qui a certainement bousculé les habitudes. Aussi, nous faisons l'hypothèse que ce changement pourrait être intéressant à exploiter pour mieux comprendre les connaissances mathématiques des enseignant·es pour l'enseignement des fractions.

Dans cette introduction, nous présentons brièvement le cadre théorique et les éléments d'analyse mathématique ayant permis de définir le sujet de ce mémoire.

[1] Moyen d'Enseignement Romand (MER) appelé ESPER (www.ciip-esper.ch).

1.1 LES CONNAISSANCES MATHÉMATIQUES POUR L'ENSEIGNEMENT

L'enseignement sollicite des savoirs et savoir-faire spécifiques. Parmi ces savoirs se trouvent les connaissances disciplinaires dont l'interaction, avec les gestes professionnels (planification, analyse de documents à destination des élèves, évaluation, etc.), est cruciale (Boerst et al., 2011). En mathématiques, la maîtrise des concepts s'avère difficile en raison de leur nature complexe et de l'épistémologie de cette matière. Si avoir suivi un cursus universitaire permet d'acquérir un certain niveau de compétence, celui-ci ne semble pas suffire pour l'enseignement (Ball & Bass, 2002). En effet, au-delà des savoirs propres à cette discipline, l'enseignement des mathématiques à l'école, primaire et secondaire, requiert des connaissances qui diffèrent de celles utilisées par d'autres professionnel·les et dont les mathématiciens et mathématiciennes n'ont pas besoin (Hill & Ball, 2009).

La littérature concernant les savoirs mathématiques spécifiques à l'enseignement a significativement augmenté au cours de ces trente dernières années (Scheiner et al., 2019). Plusieurs cadres théoriques ont vu le jour et le champ des recherches s'est étendu à de nombreux sujets tant au niveau du domaine mathématique que du degré d'enseignement, dans plusieurs pays. Parmi ces cadres, celui de l'équipe de Ball s'est particulièrement démarqué. Ainsi, Ball et al. ont défini la notion de *Mathematical Knowledge for Teaching*[2] (MKT) (Ball et al., 2005, 2008; Ball & Bass, 2002; Hill et al., 2008a; Hill & Ball, 2009). Ce sont des mathématiques forgées par l'enseignement qui ne se réduisent pas à un simple aspect utilitaire, mais comprennent des dimensions plus larges incluant notamment les habitudes de pensées (Ball et al., 2008). Afin de pouvoir observer plus méthodologiquement ces connaissances et les analyser, cette équipe de recherche a établi des catégories, prenant pour base celles de Shulman (1986). Cette classification, vouée à évoluer, permet de mieux comprendre l'interaction entre connaissances et enseignement.

Ce cadre a suscité un intérêt certain et plusieurs recherches se sont penchées sur ce sujet tant au niveau primaire (par exemple : Clivaz, 2011; Ma, 1999; Santagata & Lee, 2021; Ward & Thomas, 2007), qu'au secondaire (Diamond, 2020; Speer et al., 2015; Vermette, 2017). De plus, les MKT offrent des pistes de réflexion pour le développement de la formation professionnelle (Carrillo et al., 2017) voire dans la formation des formateur·trices d'enseignant·es (Hill & Ball, 2009; Jankvist et al., 2020; Shaughnessy et al., 2016).

---

[2] *Mathematical Knowledge for Teaching* peut se traduire par « connaissances mathématiques pour l'enseignement » (sauf mention contraire, les traductions sont les nôtres).

Dès lors, si certaines recherches visent à établir des liens entre la maîtrise des savoirs mathématiques et la qualité de l'enseignement (telles que celles de Hill et al., 2008a; Santagata & Lee, 2021), d'autres s'inscrivent davantage dans une approche analytique et compréhensive (comme les recherches de Boerst et al., 2011; Morin, 2008). C'est dans cette seconde perspective que ce travail se situe.

1.2 LES FRACTIONS

Les fractions, notamment utilisées pour définir les nombres rationnels (et par opposition les nombres irrationnels) (Freiberger & Thomas, 2018), revêtent une importance particulière dans l'enseignement (Behr et al., 1983; Clarke & Roche, 2009) d'autant plus que le domaine des nombres occupe un rôle déterminant à l'école primaire (Ball et al., 2005). Par ailleurs, selon Duval (2006), les mathématiques sont en proie à un paradoxe : les objets ne peuvent être directement perçus ou mesurés. Pour les appréhender, seule l'utilisation de signes est possible même s'il est nécessaire de distinguer clairement les objets de leurs représentations (Duval, 1993, 2006). Les nombres rationnels ne font pas exception à ce paradoxe. Pour les représenter, il existe plusieurs possibilités dont différentes formes d'écritures chiffrées, parmi lesquelles on trouve les fractions.

Il semble également que le thème des fractions soit le plus compliqué parmi ceux abordés au primaire (Harvey, 2012). Outre la complexité du saut entre les nombres naturels et les rationnels (Behr et al., 1983; Brousseau et al., 2009), d'autres facteurs peuvent expliquer la persistance et la reproductibilité des erreurs chez les élèves (Coquin & Camos, 2006). Ainsi plusieurs recherches (voir par exemple Behr et al., 1983; Kieren, 1976) se sont attachées à déterminer les différentes composantes des fractions, permettant de mieux cerner les difficultés y relatives.

Il revient donc aux enseignant·es d'aider les élèves à surmonter les obstacles et les résistances, ce qui requiert une solide compréhension mathématique du sujet. Une analyse approfondie de cette question, notamment en relation avec le domaine théorique des connaissances pour l'enseignement (MKT), apparaît ainsi pertinente.

1.3 LA PRÉSENTE RECHERCHE

Il existe de nombreuses études prenant pour cadre les MKT au niveau primaire et les fractions sont l'un des sujets mathématiques les plus répandus dans ce domaine (Depaepe et al., 2013). On pourrait donc poser la question de la pertinence d'une recherche supplémentaire à ce propos.

Notre approche se distingue cependant, dès lors qu'elle a pour objectif de mettre en lumière les savoirs des enseignant·es à travers leurs expériences respectives en utilisant pour structure les catégories des MKT. De plus, dans ce contexte, il n'y a pas, à notre connaissance, de recherche à ce niveau concernant les fractions, car ce thème était jusqu'à récemment peu abordé dans l'enseignement primaire en Suisse romande. Ce qui nous intéresse également, consiste en la manière dont un sujet (les fractions) est présenté dans un manuel officiel et la façon dont les enseignant·es le comprennent en lien avec leurs connaissances.

Au travers des données collectées et par leur analyse, nous souhaitons que ce travail puisse fournir des éléments utiles pour la formation des (futur·es) enseignant·es au sujet de l'enseignement des fractions à la fin des cycles primaires.

1.4 PLAN DU TRAVAIL

La suite de ce mémoire se compose de sept chapitres.

Nous commencerons par explorer la littérature concernant les connaissances mathématiques pour l'enseignement avec l'intention de définir le cadre théorique autour des *Mathematical knowledge for teaching* (Ball et al., 2005, 2008; Ball & Bass, 2002; Hill et al., 2008a; Hill & Ball, 2009). Puis, nous prendrons le temps de préciser l'objet d'étude « fractions » au travers d'une analyse mathématique d'un point de vue didactique. Cette étude tentera de caractériser ce que sont les fractions, les multiples significations qu'elles peuvent adopter et leurs différentes représentations sémiotiques. Il s'agira également de préciser les difficultés rencontrées par les élèves, mais aussi leurs enseignant·es, à propos des fractions.

En qualité de problématique, les connaissances pour l'enseignement seront liées à celles sur les fractions ce qui permettra de formuler les questions de cette recherche. Nous présenterons ensuite la méthodologie utilisée pour le recueil des données et nous exposerons les procédures d'analyse. Les résultats obtenus seront présentés et analysés dans le chapitre 6. Finalement, la partie discussion mettra en perspectives ces résultats, tant sur leurs apports que sur leurs limites, au regard de la problématique et de la littérature existante.

En guise de conclusion, nous reviendrons sur les éléments saillants de ce travail avant de terminer par quelques pistes en vue de mener d'éventuelles futures recherches.

2 Revue de la littérature

Pour enseigner les mathématiques, il est nécessaire, d'une part d'avoir des connaissances disciplinaires et d'autre part, de savoir comment les rendre compréhensibles pour en faciliter l'apprentissage. Une méthode, pour s'assurer de la maîtrise des premières, pourrait consister en l'exigence d'un diplôme dans le domaine. On constate que dans la majorité des pays, la formation initiale accorde peu, voire aucune importance aux contenus mathématiques (Tatto et al., 2010) alors que les futur·es enseignant·es montrent des difficultés dans ce domaine (Morin, 2008). « Dès lors la formation mathématique des enseignants généralistes est régulièrement questionnée lors des réformes des systèmes de formation ou au moment des réformes scolaires » (Clivaz, 2011, p. 16). Il est donc important de définir quelles mathématiques sont nécessaires pour enseigner. Des tentatives ont été faites pour essayer de mieux distinguer les constituants du savoir en prenant en considération la différence entre les mathématiques universitaires et celles de l'école (Bromme, 1994). On observe ainsi un intérêt de plus en plus marqué dans la recherche (Scheiner et al., 2019) à propos de ces connaissances et de leurs liens avec les gestes professionnels et didactiques.

Pour Bloch (1997, 2009), par exemple, les connaissances mathématiques des enseignant·es sont essentielles pour créer des situations d'enseignement qui donnent du sens aux objets de savoir. Aussi, il est important qu'elles·ils aient une compréhension poussée de la matière afin de « renvoyer aux élèves des réactions mathématiquement pertinentes. » (Bloch, 2009, p.1). Cette maîtrise du savoir contribue également à l'anticipation des difficultés et à l'analyse des erreurs des élèves. Sous prétexte de connaissances insuffisantes, les enseignant·es peuvent manquer de compréhension face aux obstacles épistémologiques inhérents à cette matière (Vosniadou, 2007). Par ailleurs, la préparation des leçons et l'ordre des tâches (Clivaz, 2011) sont influencés par les connaissances mathématiques des enseignant·es. Coppé (2007) constate en effet que les décisions, quant aux exercices à proposer, portent davantage sur la forme que sur le contenu mathématique en jeu. De plus, si l'enseignant·e ne possède pas les connaissances nécessaires, il semble peu réaliste de pouvoir créer une situation appropriée en classe pour atteindre les objectifs visés (Bloch, 1997).

Il ressort ainsi que les connaissances mathématiques des enseignant·es ont un impact sur leur enseignement des mathématiques. Dès lors, la revue de littérature qui suit vise à parcourir certaines étapes du développement concernant le champ de recherche des connaissances mathématiques des enseignant·es pour l'enseignement. Une importance particulière est accordée au cadre des *Mathematical knowledge for teaching* (MKT) (notamment (Ball et al., 2005, 2008; Ball & Bass, 2002; Hill et al., 2008a; Hill & Ball, 2009) qui constitue le cœur de ce travail.

2.1 CONTENT KNOWLEDGE

Enseigner exige des compétences particulières qui demandent non seulement de connaître le contenu, mais aussi de savoir comment le présenter aux élèves (Hill & Ball, 2009) et ce quelle que soit la matière.

> Saying that a teacher must first comprehend both content and purposes, however, does not particularly distinguish a teacher from non-teaching peers. We expect a math major to understand mathematics or a history specialist to comprehend history. But the key to distinguishing the knowledge base of teaching lies at the intersection of content and pedagogy, in the capacity of a teacher to transform the content knowledge he or she possesses into forms that are pedagogically powerful and yet adaptive to the variations in ability and background presented by the students.[3] (Shulman, 1987, p. 15).

Dans une optique politique visant à intégrer davantage de savoirs disciplinaires dans la formation des enseignant·es, Shulman, dans son article de 1986, interroge le clivage entre la pédagogie et ce qu'il nomme *content*[4] (p.6). Pour lui, les deux domaines sont liés.

Dans cette perspective, il pose la question de l'enseignement d'un sujet jamais appris auparavant, le menant à définir *content knowledge* – les connaissances du contenu – comme un savoir différent de la matière elle-même et de la pédagogie (Shulman, 1986). Il distingue alors trois catégories : *Content Knowledge* (la quantité et l'organisation du savoir en soi dans l'esprit de l'enseignant·e), *Pedagogical Content Knowledge* (PCK, la dimension des connaissances de la matière *pour l'enseignement*), *Curricular Knowledge* (les programmes par branche et en fonction du degré, les documents à disposition tels que les manuels scolaires) (Shulman, 1986, p. 9-10). Ces typologies du savoir pour enseigner, malgré les critiques qui lui ont été adressées

[3] « Le fait de dire qu'un·e enseignant·e doit d'abord comprendre à la fois le contenu et les objectifs ne le distingue pas particulièrement de ses pairs non enseignant·es. Nous attendons d'un·e étudiant·e en mathématiques qu'il comprenne les mathématiques ou d'un spécialiste de l'histoire qu'il comprenne l'histoire. Mais la clé de la distinction de la base de connaissances de l'enseignement se trouve à l'intersection du contenu et de la pédagogie, dans la capacité d'un enseignant à transformer la connaissance du contenu qu'il possède en des formes qui sont puissantes sur le plan pédagogique tout en s'adaptant aux variations de capacités et d'antécédents présentées par les élèves » (traduit avec www.deepl.com/translator).

[4] On peut traduire *content* par « le contenu » ou « la matière ».

(Depaepe et al., 2013), constituent le point de départ de nombreux courants qui les ont reprises et affinées à l'image des travaux de Ball et ses collègues (2005) ou de Carrillo et al. (2017).

En Europe, les didacticien·nes ont remarqué la ressemblance entre la théorie des PCK et la didactique avec cependant quelques critiques vis-à-vis des PCK (Kansanen, 2009). L'une d'elles concerne l'absence de description du processus de transformation des connaissances (Bromme, 1994). Chevallard déjà en 1985 avait décelé une « dialectique » entre les contenus de savoirs et ceux à enseigner (Chevallard, 1985, p. 39). Avec sa théorie de la *Transposition didactique* (Chevallard, 1985), formulée à partir de la discipline des mathématiques, il met en évidence les mécanismes qui constituent le passage d'un objet de savoir dit « savant » – qui existe dans un système de connaissances scientifiques, académiques – vers un savoir intelligible pour l'apprenant rendant ainsi compte d'un phénomène autrement plus complexe qu'une vulgaire simplification. En outre, l'adaptation de la typologie de Shulman aux recherches francophones pose le défi de la traduction[5].

Si les travaux de Shulman (Ball et al., 2008) offrent une méthodologie permettant de classer les connaissances nécessaires à l'enseignement, cette approche mérite d'être précisée quant au domaine des mathématiques. C'est ce que proposent Ball et ses collègues (2008) avec leur modèle des *Mathematical knowledge for teaching.* Ces chercheur·euses ont ainsi établi un outil, d'analyse et de classification, systématique de ces savoirs.

2.2 MATHEMATICAL KNOWLEDGE FOR TEACHING

Le cadre des *Mathematical knowledge for teaching* (MKT) (Ball et al., 2008) met en évidence des questions autour des connaissances mathématiques des enseignant·es et de l'influence que celles-ci exercent sur leur pratique. Par exemple, les enseignant·es doivent être capable de déterminer si les réponses de leurs élèves sont mathématiquement correctes ou d'expliquer pourquoi on « ajoute » un zéro lors de la multiplication d'un nombre par 10 (Ball et al., 2005, 2008). Ces compétences, tout comme d'autres, exigent un raisonnement mathématique néanmoins maîtrisé par bien peu d'adultes instruits tout métier confondu (Ball et al., 2008).

[5] La traduction de dénomination des catégories de Shulman fait débat du côté francophone (Clivaz, 2011) et il n'y a pas vraiment de consensus à ce sujet. Comme mentionné par Clivaz (2011), si certaines autrices traduisent la notion de *Pedagogical Content Knowledge* (PCK) par « didactique » (Coppé, 2007, p. 44) ou « didactique pratique ou pratique de la didactique » (Bloch, 2009, p. 2), d'autres estiment que les concepts de connaissances didactiques et de PCK, ne sont pas équivalents (Margolinas et al., 2005).

À travers diverses recherches (voir par exemple Hill et al., 2008a, 2008b; Hill & Ball, 2009), Ball et ses collègues de l'Université du Michigan ont tenté de définir la spécificité du savoir mathématique nécessaire pour enseigner et dans quels actes il est observable. Aussi, ces chercheur·euses proposent une approche se focalisant sur le travail des enseignant·es à la différence d'une analyse des curricula ou des contenus. Dès lors, le *faire* constitue le point de départ de la compréhension des connaissances pour l'enseignement des mathématiques.

> Hence, instead of investigating what teachers need to know by looking at what they need to teach, or by examining the curricula they use, we decided to focus on their work. What do teachers *do*, and how does what they do demand mathematical reasoning, insight, understanding, and skill? We began to try to unearth the ways in which mathematics is entailed by its regular day-to-day, moment-to-moment demands. These analyses help to support the development of a *practice-based theory of mathematical knowledge for teaching*.[6] (Ball & Bass, 2002, p.5)

Afin de permettre une meilleure compréhension des constituants de ces connaissances, Ball, Thames et Phelps (2008) établissent leur propre modèle. Pour ce faire, cette équipe de recherche a repris les catégories de Shulman (1986) tout en les précisant et les ajustant à la discipline des mathématiques. Ball et ses collègues estiment ainsi pouvoir ainsi démontrer une relation significative entre le niveau des MKT[7] (du moins certains domaines) et la qualité de l'enseignement (Hill et al., 2008a). Ce qui fait la force de ce cadre d'analyse des connaissances c'est cette « *théorie basée sur la pratique* » (traduit de (Ball & Bass, 2002, p.5) qui met en évidence le lien entre les savoirs et le travail des enseignant·es (que ce soit en classe mais aussi préparer les leçons, évaluer les acquis des élèves, créer des exercices, planifier les devoirs, etc.) (Ball et al., 2008).

[6]« Par conséquent, au lieu d'étudier ce que les enseignants doivent savoir en regardant ce qu'ils doivent enseigner ou en examinant les programmes qu'ils utilisent, nous avons décidé de nous concentrer sur leur travail. Que font les enseignants, et en quoi ce qu'ils font exige-t-il un raisonnement, une vision, une compréhension et des compétences mathématiques ? Nous avons commencé à essayer de découvrir les façons dont les mathématiques sont impliquées dans les exigences quotidiennes, moment par moment. Ces analyses contribuent à soutenir le développement d'une théorie de la connaissance mathématique basée sur la pratique et destinée à l'enseignement. » (traduit avec www.deepl.com/translator).

[7] Une liste des abréviations est disponible avant le chapitre 1.

Le modèle des MKT est divisé en deux parties *Subject matter knowledge* et *Pedagogical content knowledge* elles-mêmes comprenant chacune trois sous-catégories comme présenté dans la figure 1 ci-dessous.

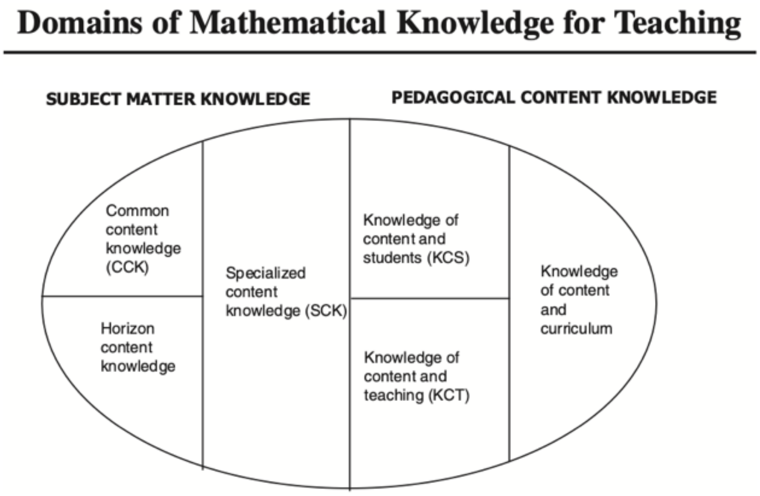


Figure 1 : Les domaines des connaissances mathématiques pour l'enseignement (Ball et al., 2008, p. 403)

Nous allons à présent résumer chacune de ces catégories en nous basant sur la description qui est faite par Ball et ses collègues (2008).

2.2.1 Subject matter knowledge SMK (les connaissances du sujet)[8]

Dans cette partie sur les connaissances du sujet (SMK), trois domaines directement en lien avec la discipline des mathématiques se distinguent.

Common content knowledge CCK (les connaissances mathématiques communes) : il s'agit de compétences et de connaissances mathématiques qui ne sont pas nécessairement propres à l'enseignement sans être pour autant maîtrisée par toutes et tous. Ainsi, *common* ou « commun » signifie que les CCK peuvent être utilisées dans des contextes variés ; ce ne sont donc pas des connaissances spécifiques à l'enseignement.

Specialized content knowledge SCK (les connaissances mathématiques spécifiques à l'enseignement) : ce sont les connaissances et les compétences mathématiques uniques à l'enseignement et qui ne sont pas particulièrement utiles dans d'autres métiers. Elles consistent notamment à analyser les procédures des élèves ou anticiper les difficultés qu'un problème pourrait poser. Les SCK constituent le principal domaine d'intérêt de Ball et ses collègues.

[8] Les traductions des catégories sont issues de (Clivaz, 2011, p. 28).

Horizon content knowledge HCK (les connaissances de l'horizon mathématiques) : ce savoir décrit la manière dont les enseignant·es ont conscience des liens entre les différents domaines mathématiques présents dans les curricula scolaires et leur évolution. Par exemple, les enseignant·es des premières années d'école doivent avoir une connaissance approfondie des notions qui seront exigées ultérieurement afin de poser des bases solides chez les élèves et ainsi déterminer la manière la plus appropriée d'aborder certains concepts tels que celui de *nombre*.

2.2.2 Pedagogical content knowledge PCK (les connaissances pédagogiques)

Dans cette partie sur les connaissances pédagogiques (PCK), il est davantage question de savoirs en lien avec les élèves, leur apprentissage et l'articulation existante avec les mathématiques.

Knowledge of content and students KCS (les connaissances des élèves et de l'apprentissage du sujet) : ce domaine intègre les connaissances sur les apprenant·es et les mathématiques. Anticiper les difficultés et les raisonnements ou déterminer le niveau de difficulté d'un exercice sont des tâches qui requièrent une compréhension à la fois mathématique et pédagogique. Ball et ses collègues (2008) illustrent les KCS avec un exemple de soustraction.

> For instance, in the subtraction example, knowing that students often "subtract up" when confronted with a problem such as 307 – 168 means that a teacher who has seen this happen and knows that it is a common student response is able to recognize it without extensive mathematical analysis or probing.[9] (Ball et al., 2008, p. 401)

Knowledge of content and teaching KCT (les connaissances du contenu et de l'enseignement du sujet) : cette catégorie unit les connaissances de l'enseignement et les mathématiques. Ce sont les connaissances en jeu dans le découpage d'une séquence, l'ordre des activités proposées aux élèves ou encore le choix de la représentation adéquate d'un concept particulier parmi celles existantes.

Knowledge of content and curriculum KCC (les connaissances du programme et des moyens d'enseignement) : le nom de ce domaine énonce explicitement son contenu, dispensant ainsi de toute clarification supplémentaire.

[9] « Par exemple, dans l'exemple de la soustraction, savoir que les élèves ont tendance à « soustraire vers le haut » quand elles·ils sont confronté·es à un problème tel que 307-168, signifie qu'un·e enseignant·e qui a déjà observé ce phénomène, et qui sait que c'est une réponse courante chez les élèves, est capable de le reconnaître sans une analyse mathématique approfondie » (traduit avec www.deepl.com/translator).

La distinction entre ces catégories peut être difficile à saisir (c'est d'ailleurs l'une des principales critiques à l'encontre de ce modèle comme exposé plus loin). Ball et al. (2008) proposent un exemple, concernant l'algorithme de la soustraction en colonne, permettant de mieux appréhender la différence entre CCK, SCK et KCS :

> In other words, recognizing a wrong answer is common content knowledge (CCK), whereas sizing up the nature of an error, especially an unfamiliar error, typically requires nimbleness in thinking about numbers, attention to patterns, and flexible thinking about meaning in ways that are distinctive of specialized content knowledge (SCK). In contrast, familiarity with common errors and deciding which of several errors students are most likely to make are examples of knowledge of content and students (KCS).[10] (Ball et al., 2008, p. 401)

2.3 MESURER LES MKT

Afin de démontrer la solidité de ce modèle et définir la spécificité de chacun des domaines (Ball & Bass, 2002) (surtout pour CCK, SCK, KCS et KCT), il faut créer des instruments de mesure. C'est le questionnaire qui a été privilégié (Ball et al., 2005) dans plusieurs études. Celles-ci ont ainsi donné des résultats sur le degré de connaissances mathématiques en fonction des catégories (Hill, 2007; Hill et al., 2004), et permis de faire évoluer cet outil pour le rendre plus rigoureux (Hill et al., 2007).

Outre ces aspects de précisions, l'équipe de l'Université du Michigan (Ball et al., 2005) souhaite déterminer en quoi les MKT apportent une plus-value à l'enseignement notamment pour l'intégrer à la formation. Une enquête à large échelle, menée dans plusieurs écoles aux USA, a comparé les réponses d'enseignant·es aux notes de leurs élèves. Ainsi, une corrélation a été établie entre l'amélioration des résultats des élèves et les enseignant·es ayant obtenu les meilleurs résultats, en particulier dans le domaine des connaissances mathématiques spécifiques à l'enseignement (SCK) (Hill et al., 2008a).

Par la suite, ce sont surtout des études conduites par Hill et ses collègues (Hill, 2010; Hill et al., 2007, 2012, 2008a, 2008b) qui ont contribué à l'aspect « quantifiable » des MKT en croisant

[10] « En d'autres termes, reconnaître une réponse incorrecte est une connaissance mathématique commune (CCK), alors qu'évaluer la nature d'une erreur, en particulier une erreur inhabituelle […] est une connaissance mathématique spécifique à l'enseignement (SCK). En revanche, être familier·ère avec les erreurs typiques, et décider lesquelles les élèves sont le plus à même de faire, relèvent des connaissances des élèves et de l'apprentissage du sujet (KCS) » (traduit avec www.deepl.com/translator).

différents types de données (entretiens, leçons filmées, questionnaires, résultats des élèves, etc.) issues de campagne à taille variables (d'une dizaine à plusieurs centaines de participant·es). Ainsi, les scores des enseignant·es au test sur les CCK et les SCK ont été comparés à la qualité mathématique de leur enseignement (MQI)[11]. Ces recherches ont ainsi relevé la forte relation entre les connaissances mathématiques des enseignant·es (CCK, SCK) et la MQI. Parallèlement, dans une étude parue en de 2010, Hill fait remarquer que les enseignant·es éprouvent certaines difficultés dans des tâches demandant des compétences faisant appel aux SCK (comme pour expliquer le fonctionnement de l'algorithme de la division).

Le cadre des MKT a inspiré de nombreuses études à travers le monde dont la plupart concernent les degrés primaires et secondaires (Depaepe et al., 2013). À titre d'exemple, Reckase et ses collègues (2015) ont développé des tests de connaissances similaires à ceux de Hill et collègues, alors que d'autres ont cherché à adapter ces questionnaires à des contextes éducatifs différents de celui des États-Unis (Fauskanger et al., 2012). Dans la partie suivante, nous présentons quelques résultats issus de ces recherches.

2.4 QUELQUES ETUDES AYANT UTILISE LE MODELE DES MKT

Une réelle plus-value a été trouvée dans le modèle des MKT pour observer et analyser quelles composantes du savoir sont empiriquement reconnaissables permettant ainsi aux chercheuses et chercheurs d'évaluer avec précision le rôle des connaissances des enseignant·es sur les apprentissages des élèves (Copur-Gencturk et al., 2019). Charalambous (2010) a notamment trouvé une relation entre le niveau de MKT et la manière d'exploiter les tâches mathématiques en classe. Une étude menée avec des enseignant·es novices a montré que la qualité de l'enseignement dépendait de leur niveau de SCK (Santagata & Lee, 2021). Ces résultats confirment ceux obtenus par Hill et al. (2012) dans une recherche similaire.

Dans son article sur les enseignant·es du secondaire, Diamond (2020) a utilisé le cadre des MKT pour mettre en évidence les diverses interprétations du concept de « pente ». Il explique que les enseignant·es se limitent souvent à une signification (ici la pente comme ratio) et qu'il leur est donc difficile d'organiser leur enseignement et d'entrevoir les difficultés que les élèves pourraient rencontrer (Diamond, 2020). De bonnes MKT sont également nécessaires lors de débats mathématiques en classe. Si les discussions sont centrales dans cette discipline, elles

[11] Hill et al. (2008) ont défini un ensemble de critères, tels que la présence ou l'absence d'erreurs, l'explication et la justification, la représentation conceptuelle, permettant de déterminer la qualité mathématique de l'enseignement MQI (Mathematical Qualitiy of Instruction).

sont complexes à mener. En effet, elles demandent d'utiliser un langage pertinent, de suivre le raisonnement des élèves et de l'interpréter en termes d'idées mathématiques (Boerst et al., 2011).

D'autres recherches ont porté sur les contributions des MKT dans le cadre de la formation initiale et continue. En effet, plusieurs études longitudinales ont montré une amélioration des connaissances des enseignant·es après avoir suivi des formations « basées sur la pratique » (Herbst et al., 2020; Kutaka et al., 2018). En outre, une « extension » du cadre des MKT, les MKTT (*Mathematical Knowledge for Teaching Teachers*) a vu le jour et vise à étudier les savoirs requis de la part des formateurs et formatrices d'enseignant·es et voir comment les développer (Jankvist et al., 2020; Zopf, 2010). Shaughnessy et ses collègues (2016) insistent sur l'importance que représentent ces savoirs pour le succès des programmes de formation.

Enfin, le modèle MKT a été utilisé dans des recherches faisant appel au processus de *Lesson Studies*[12] pour voir et analyser les connaissances des enseignant·es mises en œuvre dans ce processus cyclique de planification, d'observation et de discussion de leçons (voir les travaux de Clivaz, 2018; Clivaz & Ni Shuilleabhain, 2019; Ni Shuilleabhain, 2015; Ni Shuilleabhain & Clivaz, 2017).

Pour résumer, les recherches concernant la particularité des connaissances mathématiques des enseignant·es ont, d'une manière générale, révélé comme résultats que les enseignant·es doivent : en savoir plus sur le contenu disciplinaire que les uniques sujets enseignés, maîtriser la matière différemment que toute autre profession faisant appel aux mathématiques et connaître comment structurer la matière pour la rendre accessible aux élèves (Scheiner et al., 2019, p. 160).

2.5 Limites des MKT et propositions d'autres approches

Particulièrement utile pour décrire le savoir mathématique nécessaire aux enseignant·es dans leur pratique (Carrillo et al., 2013), le cadre des MKT n'est pas sans limites et certaines méritent d'être développées.

[12] La démarche de Lesson Study, développée au Japon, est menée de manière collaborative par un groupe d'enseignant·es, accompagné le plus souvent de chercheuses ou chercheurs. Le groupe étudie, planifie, met en œuvre et observe, révise puis diffuse une ou plusieurs leçon(s) à propos d'un objet d'apprentissage (https://3ls.hepl.ch/presentation-des-ls/).

L'un des principaux reproches est celui de la typologie ou plutôt de la possibilité de distinguer un type de connaissance par rapport à un autre (comme entre les CCK et SCK) (Depaepe et al., 2013). Les autrices de cette théorie elles-mêmes reconnaissent la complexité que présente le classement des connaissances (Ball et al., 2008). Par ailleurs, il n'existerait pas véritablement de preuves empiriques de la distinction entre les connaissances communes CCK, les connaissances spécifiques à l'enseignement SCK, et les connaissances pédagogiques PCK (Copur-Gencturk et al., 2019). De plus répertorier les savoirs selon ce modèle relèverait de la spéculation (Carrillo et al., 2013). Aussi, pour certains, il serait préférable de catégoriser les situations dans lesquelles les connaissances sont apparentes et non les connaissances en elles-mêmes (Rowland, 2013). Selon Bloch (2009), il faut également veiller à ne pas généraliser les MKT à l'ensemble des mathématiques mais il faut les distinguer en fonction du sujet mathématique.

La définition MKT est influencée par un certain biais culturel, ce qui pourrait limiter son applicabilité dans des contextes autres que celui des États-Unis (Fauskanger et al., 2012). Des auteur·trices (Depaepe et al., 2013) constatent, à cet égard, une division entre le cadre anglo-américain et celui européen. De plus, les MKT sont fondées sur des observations pratiques[13], ce qui remet en question leur stabilité en tant que catégorisations (Ball et al., 2008), contrairement à la didactique qui repose sur une approche théorique et normative-descriptive (Scheiner et al., 2023).

Pour pallier ces limites, différentes initiatives ont été entreprises. C'est par exemple le cas de modèle MTSK (*Mathematics Teacher's Specialized Knowledge*[14] (Carrillo et al., 2013, p. 187). En résumé, ce modèle considère la spécialisation du savoir dans tous les domaines mathématiques et non en relation avec un sous-domaine spécifique (Carrillo et al., 2013; Montes et al., 2013). En effet, pour cette équipe de recherche, le savoir se subdivise concomitamment aux sujets mathématiques (Carrillo et al., 2017). Aussi, c'est le fait que ce savoir soit propre à un contexte d'enseignement qui le rend « spécialisé » (Carrillo et al., 2017, p. 189). Toujours selon Carrillo et ses collègues (2017), les conceptions des enseignant·es concernant l'apprentissage dans cette discipline contribuent à une meilleure compréhension de leur intervention en classe. Un autre cadre est celui du *Knowledge Quartet*[15] proposé par une

[13] Ball et al. (2008) parlent en effet de *practiced-based theory* (p.396).

[14] *Mathematics Teacher's Specialized Knowledge* peut se traduire par « Connaissances Spécialisées du Professeur de Mathématiques ».

[15] *Knowledge Quartet* peut se traduire par « quartette de connaissances ».

équipe de l’université de Cambridge (Rowland et al., 2005). L’idée principale de ce modèle n’est pas de classer les différents savoirs mathématiques, mais plutôt, comme mentionné précédemment, de cataloguer les situations d’enseignement dans lesquels ces connaissances se manifestent (Rowland, 2013).

En conclusion, bien que la théorie des MKT soit un outil puissant pour décrire le savoir mathématique nécessaire aux enseignant·es, elle n'est pas sans limites. Cette classification est sujette à débat et remise en question. Il sera question de voir, par la suite, dans quelle mesure nos résultats argumenteront en faveur ou en défaveur de ce modèle.

3 Analyse mathématique

C’est au cours de la seconde moitié du deuxième cycle primaire que les élèves, en Suisse romande, se trouvent confronté·es aux nombres rationnels. Ces nombres représentent l’un des concepts les plus complexes à appréhender (Depaepe et al., 2013; Harvey, 2012), tout en étant essentiels (Behr et al., 1983; Clarke & Roche, 2009). Alors que, jusqu’à présent, la numération et les opérations n’étaient travaillées qu’avec des nombres entiers positifs, éléments de $\mathbb{N}$, ces nombres ne suffisent plus et d’autres deviennent nécessaires (Brousseau, 1981). Il s’agit dès lors de comprendre ces « nouveaux nombres » (Chambris et al., 2017, p. 64) ce qui ne va pas de soi. Brousseau parle d’ailleurs d’*obstacle épistémologique* (Brousseau et al., 2009, p. 111), obstacle auquel on peut ajouter des complications liées aux différents signes et systèmes de représentation sémiotique (Duval, 2006) (tels que le langage oral ou écrit, les nombres, les figures, etc.).

Il incombe aux enseignant·es d’aider les élèves à dépasser les difficultés et résistances. Il semble en effet que les enfants en âge de la scolarité soient peu performant·es en matière de résolution de problèmes comprenant des nombres rationnels (Behr et al., 1983; Kilpatrick et al., 2001). Pourtant les curricula (du moins dans le contexte anglosaxon) accordent une grande importance aux procédures et aux algorithmes dans $\mathbb{Q}$. Ces faibles résultats découlent peut-être de cette insistance sur les démarches plutôt que sur une appréhension véritable de ces nombres (Behr et al., 1983).

Si l’objectif de cette recherche n’est pas d’évaluer les compétences des élèves ni celles de leurs enseignant·es, il n’empêche que les connaissances de ces dernier·ères vont jouer un rôle. Il ne serait donc pas surprenant que les enseignant·es rencontrent certaines difficultés concernant les rationnels et leur écriture sous forme de fractions (peut-être parfois semblable à celles que l’on peut trouver chez les élèves). C’est pourquoi une analyse mathématique, abordée surtout d’un point de vue didactique, semble utile. Cet approfondissement vise à donner quelques éléments servant la compréhension des enjeux en matière d’apprentissage et de savoirs sur les nombres rationnels d’une manière générale et plus particulièrement sur les fractions.

3.1 ENSEMBLES DES NOMBRES

Tout d'abord, rappelons que les nombres sont regroupés dans des ensembles. Parmi ceux-ci, on trouve les suivants :

$\mathbb{N}$: L'ensemble des nombres entiers naturels : 0[16], 1, 2, 3, 4, …

$\mathbb{Z}$: L'ensemble des nombres entiers relatifs (positifs et négatifs) : …, −2, −1, 0, 1, 2, …

$\mathbb{Q}$: L'ensemble des nombres rationnels, c'est-à-dire des nombres pouvant être représentés sous la forme d'une fraction $\frac{m}{n}$, avec $m \in \mathbb{Z}$ et $n \neq 0$. Les nombres rationnels ont un développement décimal périodique (fini ou non).

$\mathbb{R}$: L'ensemble des nombres réels incluant tous les ensembles précédents et des nombres ayant un développement décimal arbitraire et non fini : $\sqrt{2}$, π, …

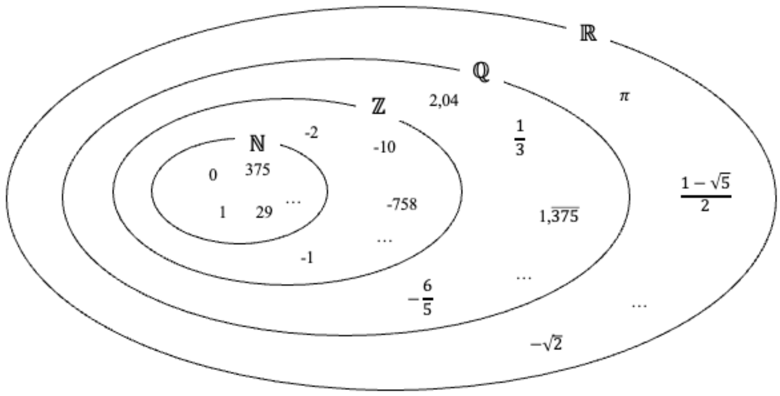


Figure 2 : Les ensembles des nombres

On trouve parfois l'ensemble des nombres décimaux $\mathbb{D}$ comme une catégorie particulière de $\mathbb{Q}$. Les nombres appartenant à $\mathbb{D}$ comportent une quantité finie de décimales (Deruaz & Clivaz, 2018) et ils peuvent être représentés sous la forme d'une fraction dont le dénominateur est une puissance de 10.

Pour les ensembles $\mathbb{Q}$, et $\mathbb{R}$, on peut préciser que l'on s'intéresse uniquement aux nombres positifs en ajoutant « + » comme exposant (respectivement négatif avec « - »). Ainsi, $\mathbb{Q}^+$ représente l'ensemble des nombres rationnels supérieurs ou égaux à zéro. Ce sont donc les éléments compris dans les ensembles $\mathbb{Q}^+$qui vont m'intéresser dans la suite de ce travail.

3.2 DÉFINITION DES NOMBRES RATIONNELS

Concernant les nombres rationnels, on remarque que leur définition est déterminée par la possibilité de les écrire sous forme de fractions (Brissiaud, 1999). À cela, on peut ajouter que

[16] Le nombre 0 (zéro) a un statut particulier et il n'est pas toujours inclut dans les ensembles notamment dans $\mathbb{N}$.

l'ensemble $\mathbb{Q}$ « correspond à la réunion de l'ensemble des nombres décimaux avec l'ensemble des nombres périodiques[17] » (Deruaz & Clivaz, 2018, p. 201).

Les rationnels consistent en une réponse approchée de la mesure de quantités continues, ce que les nombres naturels ne peuvent faire que de manière discrète et imprécise (Brousseau et al., 2007). Ainsi, selon Brousseau et ses collègues (2007), les nombres rationnels se distinguent des naturels pour deux raisons fondamentales. Premièrement, tout nombre différent de zéro possède un inverse, et toute équation de la forme $a = bx$ (avec $b \neq 0$) possède une solution unique (propriété algébrique) (Brousseau et al., 2007, p.282). Deuxièmement, les rationnels sont denses, ce qui signifie que pour tout élément x réel ($x \in \mathbb{R}$), il existe un nombre rationnel q permettant d'approcher la valeur de x (propriété topologique) (Brousseau et al., 2007, p.282). Des éléments de ces propriétés se retrouvent dans les différentes significations attribuées aux fractions, conformément à ce qui sera exposé au point 3.4.

3.3 ÉCRIRE LES NOMBRES RATIONNELS

Selon Duval (2006), les mathématiques sont en proie à un paradoxe : les objets ne peuvent être directement perçus ou mesurés. Pour les appréhender, seule l'utilisation de signes est possible même s'il est nécessaire de distinguer clairement les objets de leurs représentations (Duval, 2006). Les nombres rationnels $\mathbb{Q}$ ne font pas exception à ce paradoxe. Pour les représenter, il existe plusieurs possibilités dont différentes formes d'écritures chiffrées.

La *fraction* constitue l'une de ces écritures. Dans ce cas on a $\frac{m}{n}$ (on trouve aussi *m*/*n*), avec *m*, $n \in \mathbb{Z}\ et\ n \neq 0,$ où *m* est appelé *numérateur* et *n dénominateur*. La signification de *m* et *n* va dépendre en partie du sens donné à la fraction (voir le point 3.4). Il est également possible de représenter le nombre rationnel en utilisant l'*écriture décimale*[18] *de position avec (ou sans) une virgule* « , » (ou un point « . » selon les pays). On a alors : 0,5 ; 2,34 ; 158,546 ; etc. Si ce code a l'avantage d'être plus facilement manipulable dans certaines opérations (telles que l'addition) ou pour comparer des nombres[19], il confère néanmoins un aspect de nombres entiers aux rationnels, ce qu'ils ne sont pas (Brissiaud, 1999). Ceci dit, peu importe l'écriture utilisée, c'est

[17] Les nombres périodiques possèdent un nombre de décimales infini et périodique (une séquence de décimales qui se répète).

[18] Comme son nom l'indique, cette écriture dépend donc de notre système de numération en base 10.

[19] On peut plus facilement voir que 1,6 est plus grand que 1,1, ce qui est plus difficile avec $\frac{17}{5}$ et $\frac{19}{6}$.

bien le même nombre, la même quantité, le même « quelque chose » qui est signifié (Freiberger & Thomas, 2018, p. 9).

Le passage d'une écriture à l'autre constitue d'ailleurs l'une des finalités de l'enseignement à ce sujet (Grégoire et al., 2010). Cette correspondance n'est cependant pas évidente à saisir dans la mesure où le passage d'une représentation sémiotique à une autre peut s'avérer difficile (Duval, 2006). En outre, s'il s'avère essentiel de travailler les liens entre les fractions et l'écriture décimale, les relations entre d'autres types de représentations sémiotiques sont également importantes à travailler. Il s'agit notamment du passage entre les écritures chiffrées et des représentations visuelles[20] (disques, rectangles, droites numériques, etc.), mais aussi entre le langage (oral ou écrit) – les *mots-nombres* – et les représentations visuelles.

Avant de passer à la partie suivante, il reste à préciser que l'utilisation du mot « fraction » à lui seul est un abus de langage, tout comme « nombre à virgule » ou « nombre décimal » pour parler de l'écriture décimale de position avec une virgule. Il faudrait peut-être insister sur l'utilisation du terme *écriture* ou *code* : *écriture* sous forme de fraction, *code* à virgule, etc. Toutefois, ce n'est pas vraiment ce que l'on observe dans la pratique ni dans curricula. Dans ESPER par exemple, ce sont soit les termes de « fractions » soit de « nombre à virgule » qui sont préférés, ceux-ci étant plus simples à utiliser avec les élèves selon les auteurs de ce manuel (CIIP, 2022a). Le terme « nombre à virgule » prête néanmoins à confusion puisqu'il s'agit de *l'écriture* qui implique une virgule, le nombre (dans sa définition) quant à lui, est indépendant de cette virgule.

3.4 Différentes significations des fractions

La variété d'expression des fractions témoigne de leur longue présence dans l'histoire mathématique (Brousseau et al., 2008). À la fois importantes et complexes, elles s'utilisent dans de nombreuses situations. Ce sont notamment les travaux de Kieren (1976), repris par Behr, Lesh, Post et Silver (1983) qui ont contribué à déterminer plusieurs composantes de sens concernant les nombres rationnels (et donc des fractions) dans une optique d'apprentissage. Ces premières analyses ont établi cinq interprétations différentes – ou « personnalités »[21] comme l'écrit Fisher (2009, p. 14) – liées entre elles, voire même dépendantes les unes des autres(Pitkethly & Hunting, 1996) : une partie d'un tout, une mesure, un ratio, une division (un

[20] Les représentations visuelles utilisées en lien avec les fractions sont plus largement présentées au point 3.5.

[21] Traduction de « personalities » (Fisher, 2009, p. 14).

quotient), un opérateur et une mesure[22] (Kieren, 1976, p. 102-103). Il semble exister un certain consensus autour de ces interprétations même si d'autres ont également cherché à définir des catégories similaires (Pitkethly & Hunting, 1996). En outre, la mise en évidence de ces significations permet de mieux comprendre les difficultés inhérentes à l'appréhension des fractions (Charalambous & Pitta-Pantazi, 2007). Ces différentes interprétations sont décrites ci-après, dans le but de saisir de manière plus approfondie les spécificités de chacune.

3.4.1 Fraction-partie d'un tout

Dans la fraction $\frac{m}{n}$, *m* représente une partie (une part fractionnaire) d'une quantité (un « tout ») unique *n*. C'est généralement la première forme d'interprétation vue par les enfants, dès les premières années d'école, qui montrent une compréhension quasi spontanée de la signification de « la moitié » (Behr et al., 1983, p. 94).

3.4.2 Fraction-mesure

La *fraction-mesure* est une reconceptualisation (Behr et al., 1983) de *partie d'un tout* puisqu'elle implique la division (arbitraire) d'une unité choisie (longueur, aire, etc.) en *n* parts congruentes et de prendre un nombre *m* de ces parts (Brousseau et al., 2007). Cette interprétation présente comme bénéfice de permettre la représentation de fractions supérieures à 1 lorsque *m* est plus grand que *n*. Dans ce cas, on reporte *k* fois l'unité partagées en « sous-unités » choisie pour faciliter la mesure (en $\frac{1}{4}$ par exemple). Ainsi, $\frac{3}{4}$ signifie que l'on prend trois fois l'unité de mesure $\frac{1}{4}$. Contrairement à *partie d'un tout*, où l'on sait en combien de parties on partage l'unité, ici avec la *mesure*, on prend une sous-unité que l'on répète plusieurs fois.

3.4.3 Fraction-ratio

Le *ratio* est surtout une relation de comparaison entre *deux* quantités plutôt qu'un nombre en soi. En effet, lorsque deux ratios sont égaux, on dit qu'ils sont proportionnels (Behr et al., 1983). Une utilisation correcte de cette relation de proportionnalité s'avère être un outil utile à la résolution de problèmes (Behr et al., 1983). Les ratios sont aussi utilisés en tant que *scalaire* : un nombre sans dimension (un nombre abstrait) exprimant "le nombre de fois" qu'une quantité *m* est contenue dans une autre *n* (Brousseau et al., 2007).

[22] Les dénominations de ces cinq interprétations ont été traduites des travaux de Kieren (1976)et Behr et al (1983) : « part whole » (*partie d'un tout*), « measure » (*mesure*), « ratio » (*ratio*), « quotient » (*quotient*) et « operator » (*opérateur*).

3.4.4 Fraction-quotient

Dans cette interprétation, $\frac{m}{n}$ est une *division* qu'il serait possible d'écrire $m \div n$. Un nombre rationnel peut donc être défini comme un *quotient*, terme utilisé pour désigner le résultat de cette opération. Considérer une fraction comme tel, implique deux niveaux de complexité selon Behr, Lesh, Post et Silver (1983). D'une part, il est possible d'établir un lien d'égalité entre une fraction-quotient vue comme une division et son résultat tel que $\frac{2}{8} = 0{,}25$. D'autre part, $\frac{b}{a}$ peut également être considéré comme un nombre issu de la solution à l'équation $ax = b$ (Kieren, 1976).

3.4.5 Fraction-opérateur

Une fraction-opérateur est une fonction algébrique qui peut soit agrandir-rétrécir $\frac{m}{n}$ fois une longueur ou une figure géométrique par exemple, soit répéter $\frac{m}{n}$ fois une certaine longueur ou quantité. C'est-à dire qu'un segment de longueur L, sur lequel $\frac{m}{n}$ agit, est « agrandit » *m* fois sa longueur, puis « rétréci » par un facteur *n* (Behr et al., 1983, p. 98). Behr et ses collègues (1983) relèvent que l'interprétation fraction-opérateur est particulièrement utile pour étudier l'équivalence des fractions et l'opération de multiplication.

3.5 REPRÉSENTATIONS VISUELLES DES FRACTIONS

Lorsque les élèves débutent le travail avec les fractions, de multiples représentations visuelles sont utilisées pour donner du sens à ce concept, notamment en termes de quantité. Par représentations visuelles, nous faisons référence à tout type d'images, de dessins, qui accompagnent les fractions dans des exercices ou autres documents scolaires (ou dans d'autres domaines). Parmi ces images, on trouve majoritairement des figures géométriques, des droites numériques (Behr et al., 1983) et des bandes. Certaines de ces représentations (disques, rectangles, bandes, etc.) permettent de mettre en évidence la quantité représentée par un nombre rationnel, écrit sous forme de fraction. Par exemple, le disque (ou le rectangle), dans la figure 3, montre une manière de représenter le nombre, la quantité, $\frac{3}{4}$.

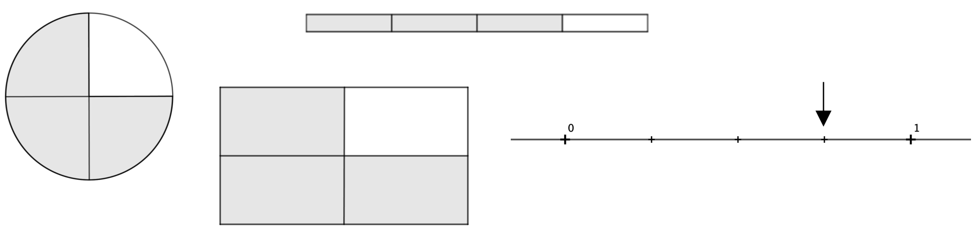


Figure 3 : Différentes représentations visuelles de la $\frac{3}{4}$: un disque, un rectangle, une bande et une droite numérique

Brousseau et ses collègues (2008) font remarquer que les modèles de type **surface** sont ceux privilégiés au début de l'apprentissage des fractions. Une fraction « simple » ($\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, etc.) est accompagnée d'une illustration sous forme de figures, généralement un disque ou un rectangle, parfois « habillée » selon un objet du quotidien (le cercle devient une pizza ou un gâteau comme dans la figure 4). C'est aussi un modèle utilisé pour expliquer que, dans $\frac{m}{n}$, *n* est « le nombre de parts totales », le *dénominateur*, et m « la quantité de parts qu'on prend », le *numérateur*. Ce travail sur les aires mène progressivement vers « la nécessité de nouveaux nombres » (Grégoire et al., 2010, p. 6) pour exprimer la quantité ou la mesure.

Figure 4 : Des illustrations de fractions sous forme de pizzas, tirées du jeu ESPER *Des parts de pizza* (CIIP, 2022c)

S'il s'agit de montrer une fraction plus grande que l'unité, alors il faut reproduire *n* fois la figure en question et son partage (figure 5). Toutefois, ce type d'images peut renforcer la signification de fraction *partie d'un tout*.

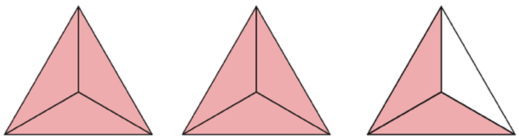


Figure 5 : Exemple de $\frac{8}{3}$ (CIIP, 2022, p. 129)

De plus, dans le cas du cercle (et il en est de même pour tous les *n*-gones réguliers comme le triangle ci-dessus), c'est l'angle au centre qui est divisé en fonction du dénominateur alors que dans le cas des rectangles par exemple, c'est bien la surface qui est partagée. Dans les deux cas il s'agit d'un fractionnement de l'aire mais avec une différence visuelle et conceptuelle.

La droite numérique (figure 3**)** est l'un des modèles privilégiés avec l'interprétation de *fraction-mesure* (Kieren, 1976). À la différence des surfaces, ce n'est pas une quantité qui est représentée mais une valeur, une position relative d'un nombre par rapport à d'autres. La droite numérique a pour plus-value de représenter des nombres concrets, pouvant être supérieur à 1 (Behr et al., 1983), en lien avec la mesure. Par contre, il peut être compliqué de montrer certaines valeurs, selon la subdivision de l'unité à produire en fonction de ce qui est à mesurer (des 23èmes par exemple) (Brousseau et al., 2007, p. 283). Ce modèle a également pour avantage de faire voir aux élèves, qu'entre deux points distincts, il est possible d'en placer un autre (Comiti & Neyret, 2019), ce qui donne notamment du sens à la densité des rationnels.

La **bande** (figure 3**)** offre une représentation visuelle permettant de faire le lien entre les surfaces les droites numériques. Bien que concrètement il s'agisse d'un rectangle, la bande est à considérer uniquement comme une longueur. Celle-ci peut être divisée en fonction de la fraction à représenter et peut être utilisée pour amener les élèves vers la droite numérique. Dans le manuel ESPER, les bandes sont passablement utilisées notamment en guise d'introduction. Il est parfois difficile de dire si les bandes vont dans le sens de la *partie d'un tout* ou de la *mesure*. Cette ambivalence peut servir à établir des liens entre ces deux significations.

Les élèves sont amenés à utiliser ces illustrations (et d'autres encore) dans divers exercices. Généralement, ce sont des activités où les apprenant·es doivent soit écrire un code de type $\frac{m}{n}$ correspondant à un dessin (surface-aire, droite numérique, bande ou autre, comme dans la figure 3) soit l'inverse c'est-à-dire colorier une surface ou une bande (ou place une valeur sur une droite numérique) donnée par la fraction $\frac{m}{n}$ (figure 6).

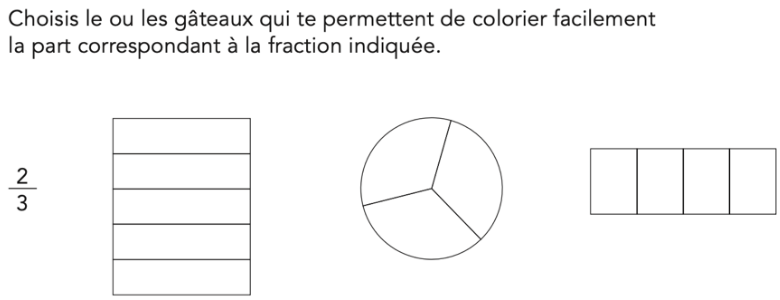


Figure 6 : Exemple d'une activité intégrant des fractions et des représentations visuelles (CIIP, 2022, p. 125)

Ces images peuvent donc servir d'intermédiaire entre différentes écritures des nombres rationnels (écriture décimale, fractions), mais aussi entre le langage oral ou écrit – les mots-nombres – et les écritures des nombres (Behr et al., 1983). Les représentations visuelles ont également l'avantage d'aider les élèves à mieux saisir ce qu'est une fraction même s'il existe un risque quant au renforcement de l'un ou l'autres des significations (surtout *partie d'un tout*). Ceci pourrait créer, plus tard, des difficultés liées à une compréhension limitée.

3.6 DIFFICULTÉS ET ERREURS EN LIEN AVEC LES NOMBRES RATIONNELS ET LES FRACTIONS

Réfléchir avec des nombres rationnels n'est pas un processus de pensée spontané (Pitkethly & Hunting, 1996). Dès lors, passer des nombres entiers aux nombres rationnels constitue une difficulté centrale à l'apprentissage mathématique (Behr et al., 1983). Brousseau et ses collègues (2009) qualifient d'ailleurs ce passage comme l'*obstacles épistémologiques* le plus évident de l'apprentissage mathématique (p.111). Une connaissance, telle que la notion de successeur, jusqu'alors validée dans un certain domaine (les nombres entiers), devient insuffisante. Les erreurs et difficultés constatées chez les élèves ne sont donc pas « […] dues au hasard mais reproductibles et persistantes » (Coquin & Camos, 2006, p. 145). Parmi ces difficultés, trois catégories, que nous décrivons ci-après, sont plus prépondérantes dans la littérature : les difficultés liées au biais des nombres naturels, les difficultés liées aux représentations sémiotiques et les difficultés liées aux catégories d'interprétation des fractions.

3.6.1 Les difficultés liées au biais des nombres naturels

Si une bonne connaissance des nombres $\mathbb{N}$ et de la numération est une aide lors de l'apprentissage avec les nombres $\mathbb{Q}$, il existe un biais inhérent aux nombres naturels (Fisher, 2009; Grégoire et al., 2010; Kilpatrick et al., 2001) qui va de pair avec des difficultés liées à la densité des rationnels (Marmur et al., 2020).

> In particular, the fact that every number has a next number, or that the product of two numbers is greater than or equal to either factor needs to be abandoned when numbers are extended to include rationals.[23] (Brousseau et al., 2009, p. 111)

Cette compréhension des nombres limitée par celle des nombres naturels pourrait également amener les élèves à entrevoir un nombre rationnel comme deux entiers partagés par une virgule ou par une barre de fraction. On retrouve aussi des difficultés liées à ce biais lorsqu'il s'agit d'effectuer des opérations. En effet, ce qui était acquis pour vrai avec les entiers ne l'est plus nécessairement avec les rationnels – la multiplication rend « plus » grand (une quantité par exemple) – et la procédure d'alignement des nombres à droite pour algorithmes en colonne s'avère insuffisante (Grégoire et al., 2010; Kilpatrick et al., 2001).

En outre, si les élèves éprouvent des difficultés liées à une mauvaise compréhension des nombres entiers celle-ci va certainement persister avec les rationnels (Fisher, 2009; Kilpatrick et al., 2001) (tel que le sens du nombre ou la numération décimale de position).

[23] « En particulier, le fait que chaque nombre a un nombre suivant, ou que le produit de deux nombres est supérieur ou égal à l'un des deux facteurs doit être abandonné lorsque les nombres sont étendus aux rationnels. » (Traduit avec DeepL.com (https://www.deepl.com/translator).

3.6.2 Les difficultés liées aux représentations sémiotiques

Les mathématiques présentent un vaste éventail de systèmes de représentations sémiotiques, ce qui constitue un obstacle pour les élèves (Duval, 2006). Duval (2006) précise que la conversion entre ces représentations exige de distinguer l'objet mathématique lui-même de la représentation sémiotique utilisée et ce défi de conversion sémiotique se retrouve également avec les nombres rationnels. Celui-ci implique effectivement la liaison entre différentes écritures représentant le même nombre ou la même quantité tel que le passage de l'écriture sous forme de fraction ou vers le code décimal à virgule (Fisher, 2009; Marmur et al., 2020) (par exemple : 0,5 = ½, $\frac{1}{2}$). En outre, pour les opérations, les difficultés sont doubles puisqu'elles dépendent autant du système de représentation sémiotique que des propriétés des opérations. Dès lors, l'algorithme est différent que l'on utilise une notation décimale ou des fractions (Duval, 2006).

Une partie des difficultés vient aussi du système de représentation « mots-nombres » notamment en lien avec le vocabulaire utilisé par les enseignant·es. En effet, selon Chambris et al. (2017), les élèves font plus d'erreurs dans des activités de comparaison de nombres lorsque :

> Les nombres sont énoncés oralement (par exemple 3 *virgule* 14 et 3 *virgule* 5) : ils pourraient rester tributaires de la technique apprise pour les nombres *écrits* en chiffres (comparaison du premier chiffre après la virgule par exemple) sans accéder à sa justification (en termes de valeurs des chiffres : ici 14 c'est 1 dixième 4 centièmes, 5 c'est 5 dixièmes) qui permet de faire des comparaisons dans d'autres registres. La réussite à la tâche de comparaison est liée à la capacité à changer de registre de représentation. (Chambris et al., 2017, p. 86-87)

C'est pourquoi il est important de développer des fondations solides quant à la compréhension du concept de fraction avant d'introduire les opérations avec ces nombres (Behr et al., 1983).

3.6.3 Les difficultés liées aux différentes significations des fractions

Un troisième type de difficultés relève de la complexité que représentent les multiples interprétations des fractions (Fisher, 2009). En fonction du modèle de signification choisi, les élèves risquent d'éprouver de plus grandes difficultés. C'est par exemple le cas pour les *fractions-mesure* qui s'avèrent plus complexes à saisir que *fraction-partie d'un tout* (Charalambous & Pitta-Pantazi, 2007). Toutefois, cette dernière n'est pas idéale non plus puisqu'elle offre une compréhension très limitée des fractions et « empêche totalement ces élèves de considérer les fractions comme des nombres » (Coquin & Camos, 2006, p. 5). Des recherches (notamment Behr et al., 1983) ont également montré les difficultés éprouvées par les élèves à passer des fractions inférieures 1 à celle supérieures à 1, et à pouvoir associer des fractions équivalentes ($\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$). Finalement, le lien entre les différentes interprétations n'est pas évident à saisir comme celui entre *partie d'un tout* et *quotient*. Selon Brissiaud (1999) : « Ce ne sont pas les mêmes objets psychologiques sur lesquels on opère : lors de la recherche de la partie entière, le "monde de la division" et "le monde des fractions" ne sont que très localement reliés » (p.157). Il y a donc une méfiance à opérer lorsqu'il s'agit de choisir (par l'enseignant·es) l'un ou l'autre des modèles de représentation car cela peut constituer un obstacle à la compréhension des fractions (Brousseau et al., 2009).

3.7 Les Fractions dans la scolarité primaire en Suisse romande

Les fractions occupent une place importante dans curricula des pays du monde entier (Cortina et al., 2019). La Suisse romande ne fait pas exception surtout depuis la rentrée (2023) si bien qu'il est désormais opportun d'examiner la situation actuelle à cet égard dans le programme et les manuels romands.

3.7.1 La place des fractions dans le programme romand

En Suisse romande, l'enseignement des fractions comme une notation des nombres rationnels était jusqu'alors anecdotique. L'écriture décimale était privilégiée bien que les fractions fassent partie du plan d'études PER (les cantons romands ont introduit le PER depuis 2011 (CIIP, s. d.)). Si l'on s'en tient aux anciens manuels scolaires officiels (Chastellain, 2002; Chastellain & Jaquet, 2001), les activités faisant appel aux fractions étaient peu nombreuses. Selon nos observations, seuls cinq exercices (sur vingt-trois) en 7ème année et un (sur quarante-neuf) en 8ème étaient consacrés aux fractions.

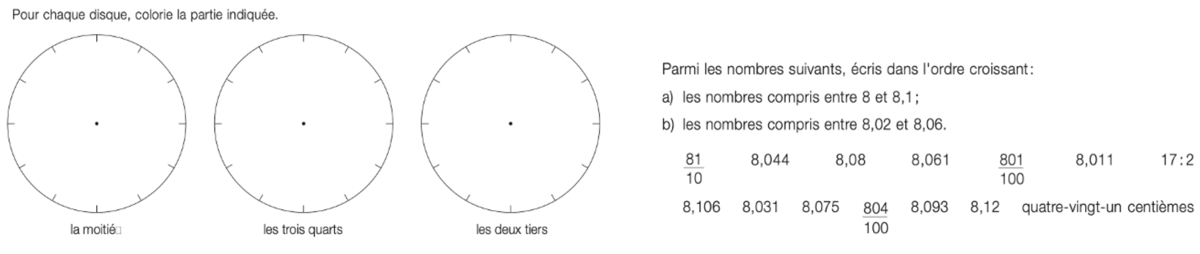


Figure 7 : Deux exemples d'activités, sur les fractions, présentes dans l'ancien fichier de l'élève de 7ème (à droite, Chastellain & Jaquet, 2001, p. 24) et dans l'ancien livre de 8ème (à gauche, Chastellain, 2002, p. 57)

On trouve notamment parmi ces activités des parts de surface à exprimer en fraction, des fractions à placer sur des droites numériques, un problème, etc. (figure 7 ci-dessus). À cela s'ajoute quelques autres tâches (deux en 7ème et quatre en 8ème) dans lesquels les fractions sont mélangées à des nombres en écriture décimale (des exercices de comparaison de nombres, par exemple).

Cette situation a récemment changé avec l'introduction d'un nouveau manuel officiel depuis cette rentrée (2023) pour les classes de 7ème année. Dans ce moyen d'enseignement romand (MER) – appelé ESPER en référence à l'Espace (numérique) du PER (www.ciip-esper.ch) – les fractions ont un statut plus important : celui de porte d'entrée vers l'apprentissage des nombres rationnels. En commençant par des fractions « simples » et inférieures à 1 pour aller vers des fractions supérieures à 1 puis décimales, les élèves « découvrent » l'écriture décimale comme la somme d'une partie entière ($\frac{n}{n}$) et de dixième, centième, etc. Cet apprentissage se fait au travers d'activités faisant des liens entre représentations visuelles, vocabulaire (moitié, tiers, quart, etc.), fractions et écriture décimale.

3.7.2 Les fractions dans le Plan d'études romand

Selon ce qui est stipulé dans le PER (CIIP, 2023), le 1er cycle primaire se consacre uniquement à l'ensemble ℕ. Les fractions et les nombres rationnels sont mentionnés partir du cycle 2 dans le domaine disciplinaire des mathématiques et des sciences de la nature (MSN), dans l'objectif d'apprentissage MSN22 qui est consacré à l'étude des nombres. Ce travail se poursuit au cycle 3. En revanche, il n'y a pas de mention des fractions dans l'axe thématique des opérations, seulement de l'écriture décimale.

Les composantes (2, 3 et 4) de MSN 22 parlent d'explorer les différentes écritures du nombre, d'ordonner les nombres rationnels notamment décimaux et de les organiser dans des opérations sans toutefois préciser s'il s'agit de l'écriture sous forme de fractions, du code à virgule ou des deux. Ceci à l'avantage de laisser libre d'interprétation (notamment pour la rédaction de manuels).

Les progressions des apprentissages qui concernent les fractions se centrent sur trois compétences : la comparaison (le classement) de fractions entre elles (plus petite que …, plus grande que …), la reconnaissance de différentes écritures d'un même nombre (comparaison entre fraction et code décimal) et l'expression d'une quantité en fonction d'une fraction simple (moitié, tiers, quart, dixième, etc.) (CIIP, 2023).

3.7.3 Les fractions dans les moyens d'enseignement romands ESPER

Comme il est stipulé dans le plan d'étude, c'est à partir de la deuxième moitié du cycle 2 que le travail sur les nombres inclut d'autres ensembles que celui des nombres naturels ℕ. Dans

ESPER, la distinction entre nombres entiers et rationnels se trouve donc, pour la première fois, en 7ème année. Le domaine *Nombre* est divisé en deux chapitres : *Nombres naturels* et *Fractions et nombres à virgule*. En 8ème année, cette séparation disparaît pour revenir à un chapitre unique.

En observant plus attentivement la section *Fractions et nombres à virgule*, on remarque que les progressions des apprentissages du PER sont reprises pour formuler six « Apprentissages Visés » (voir le plan de chapitre, annexe 1). Il s'agit là de sous-chapitres dans lequel les activités sont toutes en lien avec un objectif spécifique. Les rédacteur·trices d'ESPER précisent qu'il est important d'aborder ces apprentissages visés dans l'ordre (de 1 à 6) car une progression a été pensée (CIIP, 2022a) ce qui n'est pas nécessairement le cas dans les autres chapitres. De ce fait, travailler avec des fractions simples permet de progresser vers les fractions décimales, tandis que l'exploration des fractions décimales conduit à l'introduction de l'écriture décimale.

Pour ce qui est des contenus, les élèves commencent par faire des liens entre des fractions, inférieures à 1, dites « simple » ($\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{3}{4}, \ldots$) et leurs représentations visuelles à travers des bandes ou des surfaces, ainsi que sur une droite graduée. Des équivalences sont établies entre différentes écritures d'un même nombre : les fractions supérieures à 1 et la somme d'un nombre entier et d'une fraction inférieure à 1[24] (par exemple : $\frac{7}{3} = 2 + \frac{1}{3}$). Cette deuxième écriture devrait aider à lier les fractions et le code à virgule (la partie entière « nombre entier » plus la partie décimale « fraction inférieure à 1 »). En revanche, il n'y a pas d'exercices mettant en pratique des égalités entre des fractions équivalentes comme : $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{5}{10}$.

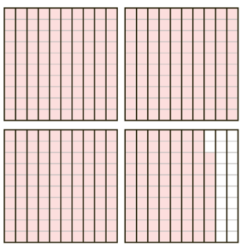


Figure 8 : À partir de cette représentation visuelle, les élèves doivent écrire $3 + \frac{7}{10} + \frac{8}{100} = 3{,}78$ (CIIP, 2022, p. 146)

Le travail progresse ensuite vers les fractions décimales[25] et l'équivalences entre des images (des carrés divisés en 100 petits carrés, les *centièmes*, dont le regroupement par 10, en colonne,

[24] Nous parlerons de fraction « somme » en référence à la « somme d'un nombre entier et d'une fraction inférieure à 1 » dans la suite de ce travail.

[25] Des fractions dont le dénominateur est une puissance de 10.

donne des *dixièmes*), des fractions « somme » et le code à virgule (figure 8 ci-dessous) parfois associés aux mots-nombres (AV 3 et 4).
L'écriture décimale sera par la suite la seule utilisée pour représenter et lire des nombres rationnels sur une droite graduée ainsi que pour comparer, ordonner, encadrer et intercaler des nombres (AV 5 et 6). Les opérations dans $\mathbb{Q}$ sont du ressort d'un autre chapitre et ne se font qu'avec des nombres rédigés en écriture décimale (les opérations avec des fractions sont travaillées dès la 9ème année).

Finalement, selon les rédacteur·trices d'ESPER, les significations de *mesure*, *d'opérateur* et de *quotient* sont abordées (CIIP, 2022b). Néanmoins, dans les activités analysées ci-après (point 3.8), ce sont surtout les significations de *partie d'un tout* et *mesure* que l'on observe.

3.8 FOCUS SUR QUELQUES ACTIVITÉS

Des analyses préalables de six activités d'ESPER ont été réalisées (annexes 8, 9 et 10). Il s'agit de *Fractions de bandes* 1 et 2 (annexes 2 et 3), *Deux écritures pour un même nombre* 1 et 2 (annexes 4 et 5), ainsi que *Codages* et *Décodage* (annexes 6 et 7) (CIIP, 2022e, p. 123, 127, 128, 129, 131, 132). Pour ces analyses préalables, nous avons observé les composantes suivantes[26]: les connaissances mathématiques en jeu, les objectifs du PER, les différentes procédures de résolutions, les variables didactiques, leurs valeurs et leurs effets sur les procédures (ou sur les connaissances), les difficultés et les erreurs ainsi que les relances en lien. Les activités ont été analysées par paire, soit parce que l'une constitue la suite de l'autre (partie 1 puis partie 2), soit à cause des similitudes qu'elles partagent (*Codage* et *Décodage* sont toutes deux en lien avec la droite numérique). Ces tâches sont intégrées aux apprentissages visées 1 et 2, abordant les premières étapes de l'étude des nombres décimaux et de leur écriture avec des fractions. Dans cette partie, les points essentiels de ces analyses préalables sont présentés.

3.8.1 Les connaissances mathématiques en jeu

En termes de connaissances mathématiques, on a affaire aux nombres rationnels $\mathbb{Q}$. Rappelons que leur définition dépend des fractions ($\frac{m}{n}$, avec $m \in \mathbb{Z}$ et $n \neq 0$) mais celle-ci n'est pas l'unique notation chiffrée possible. Aussi, dans les activités *Fractions de bandes* 1 et 2, *Deux écritures pour un même nombre* 1 et 2, l'objectif d'apprentissage (savoirs et savoir-faire) est d'exprimer la longueur de bandes, ou l'aire de surfaces, à l'aide de fractions et vice-versa. Avec les droites

[26] Pour les composantes d'analyse, nous nous sommes inspirée d'un canevas d'analyse préalable (Équipe de didactique des mathématiques HEP Vaud, Février 2024) présenté aux étudiant·es, de *Bachelor* pour l'enseignement primaire de la HEP Vaud, dans le cadre des cours de didactique des mathématiques.

graduées (*Codages* et *Décodage*) c'est différent, car il s'agit de placer le nombre au bon endroit en fonction de sa valeur et non de colorier des parts de bandes ou de surfaces en fonction d'une quantité. Ce n'est donc pas tout à fait le même aspect du nombre qui est mis en évidence ni le même objectif qui est travaillé.

3.8.2 La variable « nombre »

Dans ces tâches, les nombres peuvent être exclusivement inférieurs à 1 (*Fractions de bandes* 1) ou supérieurs à 1 (*Deux écritures pour un même nombre* 1 et 2) ou les deux peuvent cohabiter (*Fractions de bandes* 2, *Codages* et *Décodage*). Lorsque les nombres sont plus grands que 1, il est demandé d'utiliser deux notations : la fraction et la fraction « somme » ($\frac{7}{3} = 2 + \frac{1}{3}$, par exemple). Le travail autour de l'équivalence entre ces deux notations devrait, plus tard, aider les élèves à lier les fractions à l'écriture décimale.

3.8.3 La variable « découpage des figures »

Chacune de ces activités montre une grande diversité de variables didactiques et des valeurs qu'elles peuvent prendre. Parmi ces variables, on trouve notamment celles des fractions (inférieurs ou supérieures à 1), la forme des représentations visuelles (bandes, rectangles, polygones, etc.), le découpage des figures, les différentes écritures du nombre, la présence d'emplacements prédéfinis pour écrire (cases grises), etc. Pour illustrer les choix effectués, prenons la variable « le découpage des figures » et les valeurs adoptées dans *Deux écritures pour un même nombre* 2 (figure 9).

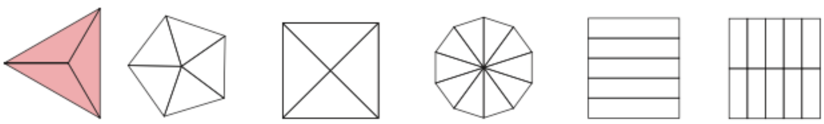


Figure 9 : Des partages de surfaces qui ne donnent pas la même chose à voir (CIIP, 2022e, p. 129)

S'il s'agit de surface pour l'entier de l'exercice, celles-ci ne sont pas fractionnées de la même manière. Ainsi dans le triangle, le pentagone, le carré et le décagone (figure 9), c'est l'angle au centre qui est partagé en fonction du dénominateur comme pour un disque (ce qui donne des parts en forme de triangle). Contrairement aux rectangles pour lesquels la surface est divisée à partir de l'aire (les parts sont des rectangles, comme l'unité, mais plus petits que celle-ci). En somme, si les deux sortes de modèles soutiennent une vision de *partie d'un tout* des fractions, elles ne donnent pas exactement la même chose à voir.

3.8.4 Les cases grises

La présence d'emplacements prédéfinis pour écrire les nombres (les cases grises comme sur la figure 10) semble intéressante à mentionner ici. Ces cases obligent à inscrire la fraction et la fraction « somme ». Cette méthode guide l'élève vers ce qui est attendu.

Figure 10 : Les cases grises pour écrire la fraction et la fraction « somme » dans *Codages* (CIIP, 2022e, p. 131)

Cependant, selon les cas, d'autres procédures, ou écritures, seraient tout autant fondées. Par exemple, dans *Deux écritures pour un même nombre* 2 (figure 11), étant donné la quantité représentée, il serait possible d'écrire la fraction « soustraction » $\frac{29}{10} = 3 - \frac{1}{10}$, surtout en appuis sur le dessin (il y a moins de cases blanches que de cases grises à compter).

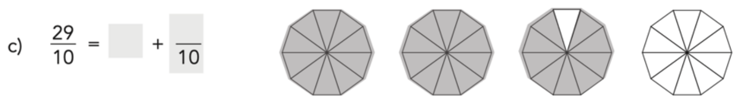


Figure 11 : Exemple de $\frac{29}{10} = 3 - \frac{1}{10}$ (CIIP, 2022e, p. 129)

3.8.5 Les fractions-mesure et partie d'un tout

La fraction-*mesure* est, parmi les « personnalités » des fractions, celle qui prévaut dans ces activités. Cette signification est mise en évidence non seulement par le choix de la valeur de variable, « fractions supérieures à 1 »[27], mais aussi par l'utilisation de droites numériques (*Codages* et *Décodage*) et de bandes *(Fractions de bandes* 2, *Deux écritures pour un même nombre* 1) comme représentations visuelles.

Cependant, la façon dont les bandes sont présentées peut mener à une confusion avec la signification *partie d'un tout*. En effet, la séparation, entre chaque bande « entière », donne à voir des unités partagées en longueur plutôt qu'une longueur continue, partagée par unité. C'est le cas dans *Fractions de bandes* 2 et *Deux écritures pour un même nombre* 1 (figure 12).

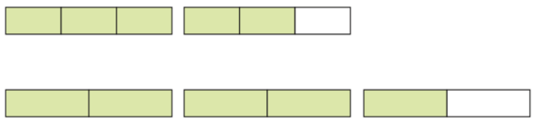


Figure 12 : Des unités (partagées) disposées en longueur (CIIP, 2022, p. 128)

[27] À l'exception de *Fractions de bandes* 1 où les élèves doivent colorier les parties d'une bande en fonction d'une fraction inférieure à 1, allant ainsi davantage dans le sens de la signification de fraction-*partie d'un tout*.

Cette enclin vers la signification *partie d'un tout* est encore plus marqué dans la deuxième partie de cette activité avec le retour de surface à colorier (comme dans la figure 9, p.30).

Dans *Codages*, les élèves doivent écrire la fraction correspondant à la position d'un point sur une droite numérique (figure 13). La fraction, dans ce cas, fait référence à une distance par rapport au zéro, une longueur, et amène donc l'idée de fraction-*mesure.* Cette droite peut être graduée en demi, en tiers, en dixièmes, etc. Ainsi, pour trouver la fraction pour le point D sur la droite ci-dessous (figure), il faut compter le nombre d'intervalles entre 0 et 1 – ici 3 intervalles – pour avoir la valeur du dénominateur, et compter les intervalles jusqu'à la position de D pour connaître le numérateur donc 5. La valeur attribuée à la fraction D est donc de $\frac{5}{3}$.

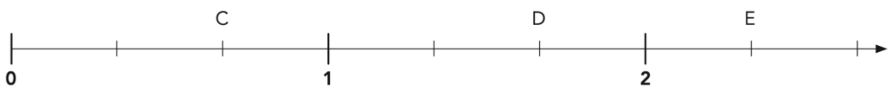


Figure 13 : Dans *Codages*, les élèves doivent attribuer une fraction à chaque lettre en fonction de sa position et de la graduation de la droite numérique (CIIP, 2022e, p. 131)

Pour que l'élève procède ainsi, il doit comprendre la signification de la fraction en lien avec une droite numérique (une position, une *mesure*). Cette signification n'est d'ailleurs pas la même pour une fraction qui quantifierait le nombre de parts coloriées dans un disque (plus proche de la *partie d'un tout*).

3.8.6 La confusion entre le numérateur et le dénominateur

La principale erreur que nous avons identifiée est celle de la confusion entre le numérateur et le dénominateur lors du passage d'une représentation sémiotique à une autre. Outre la difficulté inhérente à ce changement de représentation (Duval, 2006), nous faisons l'hypothèse que cette erreur est principalement due à une difficulté de compréhension au niveau du sens de la fraction, sens qui peut changer en fonction de ce qui est attendu dans l'activité.

À titre d'exemple, dans *Fractions de bandes* 1 et 2, il faut comprendre que la fraction $\frac{m}{n}$ écrit la quantité de sous-unités $\frac{1}{n}$ qu'on prend m fois. Ainsi, pour colorier le bon nombre de parts, l'élève doit savoir que le nombre de parts totales correspond au dénominateur, et que le nombre de parts à colorier correspond au numérateur. Cela peut être d'autant plus difficile lorsqu'il faut passer du dessin à la fraction ou à la fraction « somme » comme pour *Deux écritures pour un même nombre* 1. Quant à *Codages* et *Décodage*, avec les droites numériques, la fraction correspond à la distance m (depuis le point 0) en fonction de sous-unités $\frac{1}{n}$. Ici, pour écrire la fraction, l'élève doit donc compter le nombre d'intervalles entre 0 et 1 pour le dénominateur, et compter les intervalles jusqu'à la position du point *n* pour connaître le numérateur.

Il sera intéressant de voir dans quelle mesure les enseignant·es sont conscient·es de ces difficultés, mais aussi des choix opérés au niveau des valeurs des variables, de leurs conséquences sur les savoirs et savoir-faire en jeu, et comment elles·ils les interprètent le cas échéant.

4 PROBLÉMATIQUE

Au cours des chapitres précédents, nous avons présenté le cadre théorique des *Mathematical knowledge for teaching* et analysé le sujet en lien avec les nombres rationnels et les curricula romands. Aussi, il est temps de lier ces éléments afin de préciser la particularité des connaissances mathématiques des enseignant·es pour l'enseignement à propos des fractions. Ces précisions contribueront à définir une problématique en lien avec le contexte de l'enseignement des fractions à la fin du primaire en Suisse romande.

4.1 CONNAISSANCES MATHÉMATIQUES POUR L'ENSEIGNEMENT DES FRACTIONS

Comme présenté auparavant, les fractions sont considérées comme un objet mathématique difficile à appréhender pour les élèves (Behr et al., 1983), et pour leurs enseignant·es (Ball et al., 2001). L'enseignement des fractions à l'école est souvent reconnu comme exigeant (Harvey, 2012) en particulier si les enseignant·es ont une compréhension limitée de ce concept (Reeder & Utley, 2017). Dans ce cas, il se peut que l'enseignement se centre davantage sur les procédures que sur les savoirs (Bloch, 1997). Cependant, avoir de bonnes connaissances pour l'enseignement des fractions n'est pas évident. En effet, une maîtrise de ce sujet nécessite de saisir chacun de ses sous construits distincts, mais aussi de la manière dont ils sont liés entre eux (Kieren, 1976). Cette compréhension permet aux enseignant·es de choisir la meilleure interprétation en fonction de la situation présentée aux élèves (Brousseau et al., 2008).

Afin de déterminer les connaissances nécessaires à l'enseignement des fractions, qu'elles soient liées à la matière en elle-même ou à ses processus d'enseignement, les catégories du modèle des MKT offrent des pistes intéressantes. Dans cette optique, Ball et ses collègues (2008) ont notamment posé des questions aux enseignant·es cherchant ainsi à identifier quelles connaissances sont spécifiques à l'enseignement des fractions et lesquelles ne le sont pas[28]. Dès lors, si certaines recherches visent à établir des liens entre la maîtrise des savoirs mathématiques et la qualité de l'enseignement (telles que celles de Hill et al., 2008a; Santagata & Lee, 2021), d'autres s'inscrivent davantage dans une approche analytique et compréhensive (comme celles de Boerst et al., 2011; Morin, 2008). C'est dans cette seconde perspective que ce travail se situe.

[28] Ball et al. (2008) demandent par exemple, dans l'un de leur questionnaire concernant les MKT des enseignant·es, de trouver un problème à poser aux élèves avec le calcul $1\,\frac{1}{4}$ divisé par $\frac{1}{2}$ (p.400). L'objectif de ce type de question est de distinguer les connaissances nécessaires pour résoudre un problème, des connaissances de l'enseignement de ce contenu (Ball et al., 2008).

En recueillant les expériences de celles et ceux qui enseignent, nous souhaitons pouvoir mettre en évidence leurs connaissances à propos des fractions (et les nombres rationnels) en lien avec les domaines de connaissances mathématiques pour l'enseignement (MKT).

De plus, si le thème des fractions est répandu dans les recherches sur les MKT (Depaepe et al., 2013), aucune donnée n'est disponible pour la Suisse romande, étant donné que les fractions étaient jusqu'à récemment peu abordée dans l'enseignement primaire de cette région. Par ailleurs, cette recherche se distingue puisqu'elle vise à spécifier les savoirs des enseignant·es à travers leurs récits.

Notre intérêt principal réside donc dans la détermination des spécificités des connaissances des enseignant·es à propos des fractions : est-ce que ce savoir est spécifique à l'enseignement ? Est-ce qu'il est lié à la maîtrise du sujet mathématique ou à la connaissance de l'enseignement et de l'apprentissage des élèves ? Nous souhaitons également voir quelles significations des fractions sont dominantes dans les connaissances des enseignant·es et si elles·ils identifient les différentes représentations sémiotiques des nombres rationnels, leurs interrelations et les difficultés relatives au passage de l'un à l'autre.

4.2 QUESTIONS DE RECHERCHE

Étant donné les éléments qui précèdent, cette recherche s'articule autour des deux questions suivantes :

> D'après les catégories des *Mathematical knowledge for teaching,* quelles sont les connaissances mathématiques des enseignant·es pour l'enseignement des fractions en 7ème primaire ?
>
> Quel est le rôle particulier des représentations sémiotiques et des significations des fractions dans les connaissances mathématiques des enseignant·es pour l'enseignement des fractions en 7ème primaire ?

5 MÉTHODOLOGIE DE RECHERCHE

D'un point de vue méthodologique, cette étude repose sur une approche qualitative qui « s'inscrit dans une logique compréhensive en privilégiant la description des processus plutôt que l'explication des causes » (Imbert, 2010, p. 25). Dans cette partie, nous décrivons plus en détail l'échantillon des participantes, la méthode de récolte des données, ainsi que les procédés de traitement et d'analyse des données.

5.1 CHOIX ET CARACTÉRISTIQUES DE L'ÉCHANTILLON

Cinq enseignantes[29] ont accepté de participer à cette étude selon un échantillonnage de convenance. Nous les avons recrutées via notre réseau. Il nous fallait des enseignantes généralistes avec un programme de mathématiques, si possible en 7ème primaire, et disponibles au moment de la recherche. Toutes les participantes ont terminé leur *Bachelor* en enseignement primaire dans une Haute école pédagogique (HEP) entre 2015 et 2017 et elles travaillent dans une école en Suisse romande. Elles déclarent être à l'aise avec l'enseignement des mathématiques. Elles enseignent toutes en 7ème et 8ème primaire.

Pour la suite, et par souci d'anonymisation, nous les nommerons E1, E2, E3, E4 et E5. Nous avons eu un échange préalable avec chacune pour clarifier le cadre de la recherche (travail de mémoire de *Master*), le sujet mathématique (l'enseignement des fractions) et la durée approximative de l'entretien (nous avions annoncé environ une heure). La date et le lieu de la rencontre ont également été définis à ce moment avec chacune. Un formulaire de consentement (annexe 12) a été présenté, et signé, au moment de l'entretien.

5.2 RÉCOLTE DES DONNÉES ET ENTRETIENS SEMI-DIRECTIF

Afin d'accéder aux connaissances mathématiques des enseignant·es pour l'enseignement des fractions, nous avons utilisé l'entretien semi-directif. Nous avons choisi cette méthode, car elle semblait la plus adéquate dans la mesure où elle permet de lier des éléments théoriques à des éléments issus de l'expérience (Galletta & Cross, 2013). Les participant·es ont ainsi le rôle d'informatrices, de détentrices d'un savoir (Pin, 2023) auquel nous voulions accéder.

Dans le but de récolter les informations nécessaires pour répondre à notre problématique, un canevas d'entretien (annexe 11) a été élaboré et divisé en quatre parties. Dans la première, nous souhaitions savoir ce que les participantes répondraient à un élève voulant connaître la

---

[29] Comme il s'agit de cinq enseignantEs, la suite de ce travail est écrite au féminin.

définition d'une fraction. Le but étant d'ouvrir la discussion sur le sujet, tout en récoltant des éléments quant à la compréhension de ce concept. Ensuite, au deuxième point, nous leur avons posé des questions plus générales sur leurs manières d'enseigner les fractions, avec ou sans le moyen officiel. Nous avons employé, dans la troisième section, les analyses préalables des activités d'ESPER (voir les annexes 8, 9 et 10 ou le résumé au point 3.8 ci-dessus). Nous avons montré ces tâches aux participantes et nous leur avons demandé, par exemple, « Est-ce que tu as utilisé ces activités pour travailler les fractions avec les élèves ? », « Quel est l'objectif de cette activité ? » ou « En termes de procédures, comment les élèves ont-ils fait ? », « Quelles difficultés pour les élèves as-tu observées ? » si elles ne venaient pas d'elles-mêmes sur ces sujets. La dernière partie permettait aux enseignantes de faire des ajouts si elles le souhaitaient et de les remercier.

Chacune des entrevues a été enregistrée (audio). Nous avons pris des notes et récolté celles des participantes, avec leur accord, s'il y en avait.

5.3 TRAITEMENT DES DONNÉES ET CODAGE

Les cinq entretiens, d'une durée comprise entre 36 et 53 minutes, ont été transcrits de manière automatique à l'aide du programme MAXQDA (www.maxqda.com). Nous avons relu et apporté des modifications aux transcriptions si celles-ci ne correspondaient pas à l'enregistrement audio (annexes 16, 17, 18, 19 et 20). Avec ce même logiciel, nous avons codé les entretiens en fonction des catégories de MKT et des connaissances sur les nombres rationnels et les fractions (NRF).

Pour les MKT, nous avons utilisé, après traduction, la grille établie par Clivaz & Ni Shuilleabhain (2019) (annexe 13). Chaque catégorie de *Mathematical knowledge for teaching* est repérée à l'aide de critères permettant de spécifier le type de connaissances (CCK, HCK, SCK, KCT, KCS, KCC) dont il est question.

Concernant les connaissances en lien avec les nombres rationnels et les fractions (NRF), nous avons établi notre propre grille de codes et de critères (annexe 14). D'une part, nous avons cherché à identifier les représentations sémiotiques (ReSe) utilisées concernant les nombres rationnels (fraction, nombre décimal, fraction « somme », mot-nombre, représentations visuelles). D'autre part, ce sont les significations des fractions (SiFr) qui ont été codées (partie d'un tout, mesure, ratio, quotient, opérateur).

Ainsi, un même tour de parole peut avoir plusieurs codes : un code MKT et un ou plusieurs codes NRF. Dans la figure 14 ci-dessous, on observe que, sur ce tour de parole, E5 parle des difficultés rencontrées par un élève (KCS) à passer de représentations sous forme de bandes (ReSe-Vbandes) à des fractions (ReSe-Fraction) et des fractions « somme » (ReSe-Fsomme). Les codes sont visibles à gauche de la transcription sous forme de crochets. Les couleurs correspondent à celles attribuées à chaque code selon les grilles de codage (annexes 13 et 14). Un tour de parole ainsi codé correspond à ce que nous appelons plus tard des « segments ».

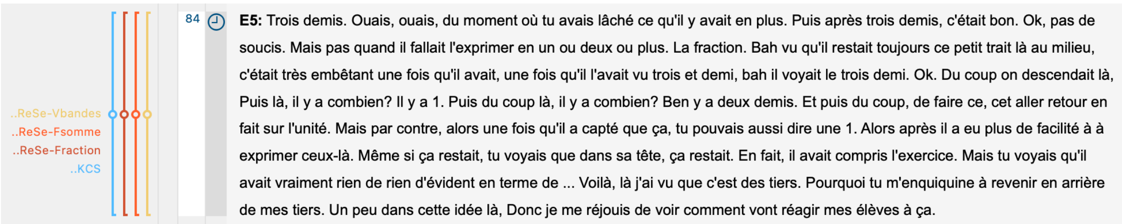


Figure 14 : Un exemple de codage, pour un tour de parole, avec le logiciel MAXQDA.

Nous avons décidé de ne pas coder la totalité des entretiens pour deux raisons. Premièrement, certains passages ne renseignent pas sur les connaissances des enseignantes, mais concernent davantage le métier de l'enseignement tels que des éléments liés à l'institution, aux programmes, aux spécificités des élèves, etc. Ensuite, nous n'avons pas pris en considération nos interventions. Par conséquent, sur l'entier des entretiens, 58 % ont été codés.

5.4 Analyse des données

Une fois les cinq entretiens transcrits et codés, ils ont été analysés en deux temps : d'abord par enseignante puis de manière croisée. Pour soutenir ces analyses, des tableaux et graphiques (générées à l'aide du logiciel MAXQDA) ont été créés à partir des récurrences des codes. Ces données permettent d'explorer les connaissances, de voir lesquelles sont prépondérantes, lesquelles le sont moins, et d'appréhender plus globalement les liens entre elles.

En observant plus en détail chaque entretien, nous avons pu mettre en évidence des thématiques en lien avec la compréhension des concepts mathématiques et la structure des connaissances. Nous avons donc décomposé les transcriptions pour en extraire certains passages que nous avons ensuite réassemblés en fonction des thématiques précédemment citées pour souligner les similitudes et différences entre participantes dans le but de répondre à la problématique.

Finalement, nous avons analysé plus en détails certains segments qui me semblaient particulièrement intéressants. Les résultats obtenus sont présentés dans le chapitre 6.

6 Présentation et analyse des résultats

Comme expliqué précédemment au point 5.3, sur un total de 220 minutes d'entretiens, nous en avons codé 58%. Ce taux varie d'une participante à l'autre allant de 38% à 78%. La figure 15, ci-dessous, présente les parties des entretiens codées et non codées en fonction des participantes. Dans ce chapitre, les résultats sont d'abord exposés et analysés en trois parties selon les types de codes (MKT, significations des fractions et représentations sémiotiques), avec des extraits de transcriptions à l'appui. Dans une quatrième partie, nous observerons en détail les réponses données à une question ; réponses qui nous ont semblées particulièrement intéressantes du point de vue des connaissances pour l'enseignement.

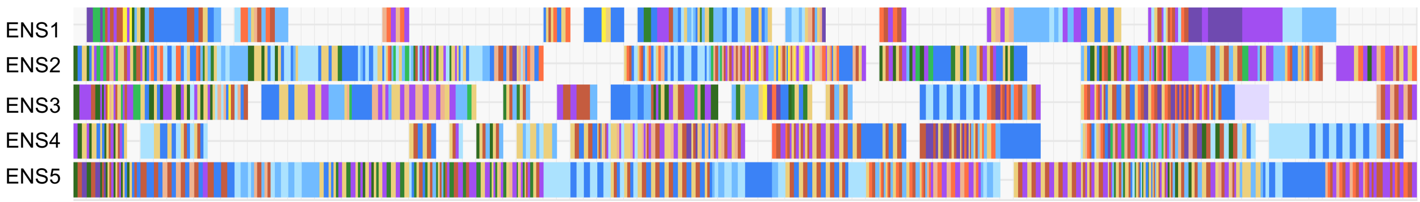


Figure 15 : Segments codés par enseignantes (Les couleurs correspondent aux différents codes en fonction des grilles de codages)

Avant de présenter les résultats, il faut préciser que les pourcentages s'entendent par occurrence des codes. C'est-à-dire que tous les segments ont le même poids, peu importe leur longueur. Pour rappel, un segment est un tour de parole qui possède au minimum une connaissance MKT et peut avoir une ou plusieurs connaissances sur les nombres rationnels et les fractions (NRF).

6.1 Fréquence des MKT

Selon les observations faites de l'ensemble des cinq transcriptions, il y a 281 occurrences de catégories de MKT (figure 16) ce qui représente 100% des segments codés. C'est-à-dire qu'un tour de parole sans connaissance mathématique pour l'enseignement MKT n'a pas été codé. Cela signifie également que les connaissances sur les nombres rationnels et les fractions (NRF) sont toujours liées à une catégorie de MKT.

	Nombre d'occurrences	Pourcentage
CCK	22	7,8
SCK	79	28,1
HCK	1	0,4
KCT	69	24,6
KCS	60	21,3
KCC	50	17,8
TOTAL	**281**	**100,0**

Figure 16 : Tableau de fréquence et de pourcentage des codes MKT sur la totalité des transcriptions

Concernant chacune des MKT (voir la figure 1, p.10), et plus particulièrement les connaissances du sujet (SMK), on voit que la présence de connaissances mathématiques communes CCK (22 occurrences, 7,8%) est bien moins importante que celles des connaissances spécifiques à l'enseignement SCK (79 occurrences, 28,1%).

Si les enseignantes partagent certaines connaissances avec d'autres professionnels ou adultes (CCK) « Ou bien je ferai trois sur trois et puis je me dis ok, trois sur trois c'est un » (E4, tour 158), leurs connaissances se rattachent souvent à leurs compétences d'analyse du contenu mathématique dans des activités, ou dans l'utilisation du langage mathématique pour expliquer un concept.

> Je leur explique justement qu'au dénominateur, si y a un deux, c'est demi et si c'est trois c'est un tiers, c'est quatre, bah justement c'est un quart. Et que si c'était un autre, si c'est un autre nombre, tu prends le... Si c'est par exemple un sur vingt-cinq, c'est tu prends vingt-cinq puis c'est ième en fait. Donc un sur vingt-cinquième. (E1, tour 10)

Il y a eu une seule et unique occurrence de connaissances de l'horizon mathématique HCK (0,4%). C'est E3 qui se pose la question de l'utilité du travail autour des fractions pour la suite.

> Et du coup, toutes ces fractions, dans le but de quoi j'ai envie de dire. Est-ce qu'on les utilise beaucoup ? Enfin je sais pas si tu vois ce que je veux dire. Est-ce qu'on les utilise tous les jours ? Est-ce que, est-ce que ce ne serait pas allé trop loin ? Pour un élève de 11, 12 ans. (E3, tour 126)

Du côté des connaissances pédagogiques PCK, on constate une forte présence des connaissances du contenu et de l'enseignement du sujet KCT (69 occurrences, 24,6%) et des connaissances des élèves et de l'apprentissage du sujet KCS (60 occurrences, 21,3%). Les premières se comprennent dans la mesure où les enseignantes font de nombreuses références à des modèles, des exemples pour soutenir le développement de la compréhension des fractions chez les élèves. Elles parlent également de l'ordre des tâches, et notamment de l'activité d'introduction au thème des fractions.

> Cette année, comme il y avait l'introduction avec les nouveaux moyens ESPER et le fait que j'ai une classe double degré 7 et 8P, c'est vrai que j'ai décidé de faire bénéficier aux 7 et aux 8. J'ai fait une séance commune avec la classe, ce qui était proposé dans ESPER avec la première activité, avec les bandes. (E4, tour 16)

Pour les KCS, les participantes montrent une attention particulière aux difficultés (observées ou présumées) des élèves en lien avec les nombres rationnels et les activités du manuel ESPER. Par exemple, E2 parle de la difficulté que certains élèves pourraient rencontrer à choisir la bande correspondant à la fraction, en lien avec la présentation de l'activité *Fractions de bandes* 2.

> Alors là, ben tout de suite c'est plus dur parce que déjà ils doivent choisir la bonne. Donc déjà visuellement, pour certains élèves, c'est compliqué parce que ben enfin, ils se disent « ah il y a beaucoup, enfin je vois pas ». Et puis il faut bien réexpliquer que tu dois choisir celle qui permet de mieux représenter ça. (E2, tour 106)

À propos des connaissances du programme et des moyens d'enseignement KCC, ces connaissances sont présentes 50 fois (17,8%). Il s'agit de références aux activités du manuel ESPER ou au plan d'études PER notamment pour la 7ème année primaire. Parmi les références à ESPER, certaines concernent les activités dont j'avais choisi de parler dans l'entretien (voir le canevas, annexe 11).

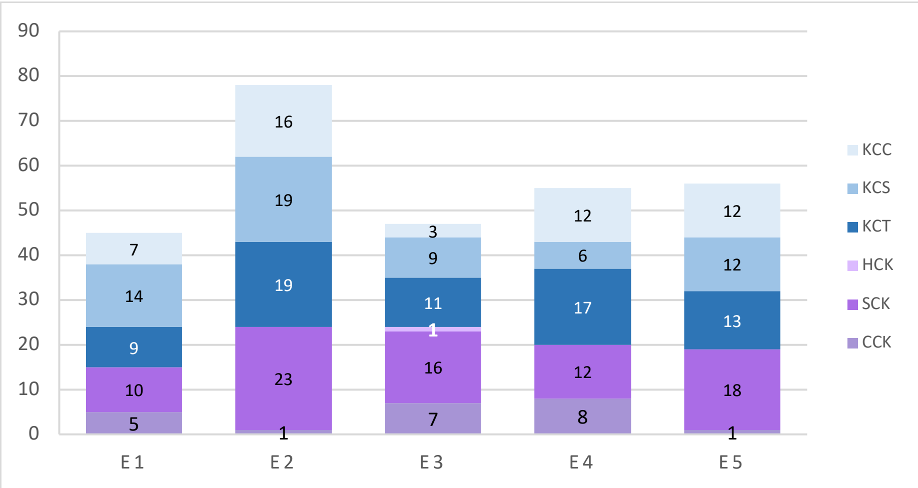


Figure 17 : Comparaison de la fréquence des MKT par enseignante et par catégorie

Si le nombre de récurrences varie d'une enseignante à l'autre (figure 17), ce sont globalement les mêmes connaissances qui sont prépondérantes, que ce soit au niveau général ou individuel. Dans les catégories appartenant aux connaissances du sujet, les SCK sont largement majoritaires par rapport aux CCK chez toutes sauf E4 pour qui les KCT priment. En effet, E4 s'exprime moins au sujet des connaissances ou des difficultés du côté des élèves que les autres enseignant·es mais plus sur la manière d'enseigner. Contrairement à E1 qui décrit davantage les difficultés que les élèves rencontrent avec les fractions. Notons encore que E2 est l'enseignante avec le plus de connaissances MKT. Nous remarquons qu'elle semble être celle qui a le plus approfondi le sujet des fractions tel qu'il est présenté dans le manuel ESPER.

6.2 SIGNIFICATIONS DES FRACTIONS

Pour identifier les significations des fractions (SiFr), nous avons observé le discours des enseignantes pour repérer des mots, des expressions, des idées qui iraient dans le sens de l'une ou l'autre des significations. Par exemple, si l'enseignante utilise des mots tels que « parties, parts de gâteau, etc. », nous avons codé ce passage SiFr-partie en référence à la signification des fractions *partie d'un tout* (pour les autre codes SiFr voir l'annexe 14).

À partir de ce procédé, nous observons donc la présence majoritaire des significations *partie d'un tout* (24 occurrences, 40%) et *mesure* (25 occurrences, 41,3%), avec un léger avantage donné à la *mesure* (une récurrence de plus). Le *quotient* quant à lui arrive en troisième position (12 occurrences, 19,7%). Par contre, *ratio* et *opérateur* sont complètement absents (figure 18).

	Nombre d'occurrences	Pourcentage
Opérateur	0	0,0
Quotient	12	19,7
Ratio	0	0,0
Mesure	25	41,3
Partie d'un tout	24	40
TOTAL	**60**	**100,0**

Figure 18 : Tableau de fréquence et de pourcentage des significations des fractions

Ces fréquences de codes sont similaires que ce soit pour l'ensemble des données et pour chaque enseignante à l'exception de E1 qui a plus de *mesure* que de *partie d'un tout (*figure 19).

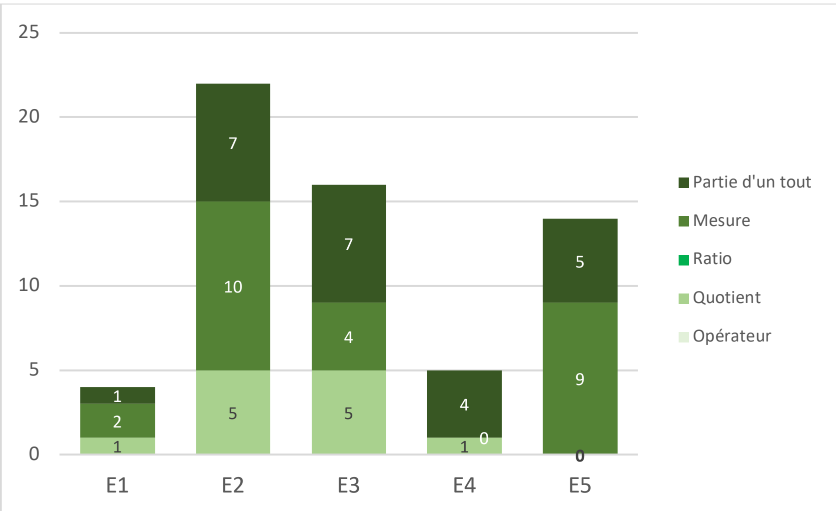


Figure 19 : Fréquence par enseignante des significations des fractions

Ces résultats s'expliquent par le fait que les activités dont nous avons discuté avec les enseignantes contenaient des bandes et des droites numériques, représentations visuelles qui favorisent la compréhension de *mesure*. Ceci nous permet de constater l'effet que les activités à destination des élèves influencent également les connaissances des enseignant·es.

> Tu as une bande, c'est l'unité de mesure, tu as deux, t'en colories un parce que tu sais que tu colories un sur deux et tout. Puis là, quand ils voient un trois demis, ben en fait ils savent pas. Ok, ça c'est l'unité de longueur, mais je pense que ça va être difficile de se représenter pour eux. (E1, tour 78)

De plus, la mesure intervient lorsque les fractions représentent des nombres supérieurs à 1.

> Voilà, vous avez une branche et surtout en fait pour faire parce qu'en fait là on est dans les basiques, mais après on passe aux fractions où il y a le chiffre du dessus, il est plus grand que celui d'en dessous. Donc là le truc de dire j'ai qu'une pizza, ça devient un peu compliqué. Donc là on doit justement insérer ce truc avec les barres peut être j'ai une branche qui est divisée en trois et j'en ai mangé huit. Donc en fait dans ma première, j'en ai mangé trois, j'en ai besoin d'une deuxième où on arrive un peu à ce truc où il en faut plusieurs. (E2, tour 4)

La *partie d'un tout* apparaît, implicitement ou explicitement, généralement au début de l'entretien, lorsque les enseignantes décrivent une fraction. Nous reviendrons plus tard (chapitre 7) sur cette connaissance première des fractions.

> Je te dirais la partie d'un tout. Et puis je pense que je lui ferais un petit dessin, puis je lui dirais "Imagine, on va partager un gâteau". Et puis si on décide qu'on est deux puis qu'on le partage en deux, une fraction, ça représente une partie de ce gâteau. Mais ce serait quand même complètement abstrait. (E5, tour 6)
>
> Après, une fois que tu as la bande, c'est assez facile de faire le lien sur un sur un tout. Et puis un tiers c'est un sur trois. Je pense qu'après, visuellement, c'est assez facile de faire le lien. (E4, tour 8)

En troisième position se trouve la signification *quotient* (12 occurrences, 19,7%). Les enseignantes, à l'exception de E5, ont à plusieurs reprises fait référence aux fractions comme des écritures possibles d'une division : « Comment je lui expliquerais, c'est que en fait c'est que c'est l'opération qui est concernée, ben en fait c'est la division. Enfin c'est. Enfin voilà, un divisé par deux, ça donne zéro virgule cinq » (E1, tour 10).

6.3 Liens entre les représentations sémiotiques

Nous avons utilisé un code différent en fonction de la représentation sémiotique (ReSe) utilisée ou mentionnée : l'écriture avec des fractions (ReSe-fraction), l'écriture avec des fractions « somme » (ReSe-Fsomme), l'écriture décimale (ReSe-Ecriture), les *mots-nombres* (ReSe-langage) et les représentations visuelles (ReSe-Visuelle). Pour cette dernière, nous avons distingué chaque sorte de représentations visuelles à savoir les bandes, les surfaces carrées ou rectangulaires, les surfaces circulaires, les bandes, les droites numériques ou les représentations visuelles autres. Par ailleurs, la représentation sémiotique est parfois implicite dans la transcription ; elle est également identifiée en fonction de ce que les enseignantes montraient lors de l'entretien (comme sur une fiche ou une page d'un livre, par exemple). Nous avons pu repérer ces éléments grâce aux notes prises lors des entretiens. Davantage de détails sur les critères des codes ReSe se trouvent à l'annexe 14.

Les ReSe-fractions (faire référence ou utilisé l'écriture sous forme de fraction : $\frac{m}{n}$) sont les représentations avec le plus grand nombre d'occurrences (111 occurrences, 31,4%, figure 20). L'écriture décimale et les fractions « somme » (faire référence ou utilisé l'écriture sous forme de somme d'une partie entière plus une fraction $k + \frac{m}{n}$, où k est un nombre entier) viennent ensuite. La désignation des fractions par des mots tels que *moitié*, *tiers*, *quarts* ne présente que 8 occurrences (2,3%).

	Nombre d'occurrences	**Pourcentage**
ReSe-Fraction	111	31,4
ReSe-Fraction « somme »	42	11,9
ReSe-Écriture décimale	48	13,6
ReSe-Langage, *mots-nombres*	8	2,3
ReSe-Visuelle bandes	54	15,3
ReSe-Visuelle droites	42	11,9
ReSe-Visuelle disques	27	7,6
ReSe-Visuelle rectangles	17	4,8
ReSe-Visuelle autres	4	1,1
TOTAL	**353**	**100,0**

Figure 20 : Tableau de fréquence et de pourcentage des représentations sémiotiques

Du côté des représentations visuelles (47% des représentations sémiotiques totales), ce sont les bandes (54 occurrences, 15,3%) et les droites numériques (42 occurrences, 11,9%) qui sont majoritaires, suivies des disques (27 occurrences, 7,6%) et des rectangles (17 occurrences, 4,8%). Pour ces dernières ce sont surtout des références aux carrés divisés 100 plus petits carrés (comme dans la figure 8, p.28). Quant à la catégorie « autre » (4 occurrences, 1,1%), il s'agit par exemple de l'emploi d'une quantité de bonbon à partager.

> Peut-être que je prendrai une boîte de bonbons. Puis on ... On partagerait et on partagerait ses bonbons. Puis je dirais tu vois, là, on les a.... On avait douze bonbons, on les a partagés en quatre, puis on en a chacun. (E5, tour 8)

Les résultats ReSe qui précèdent sont sans surprises puisqu'ils dépendent, en majeure partie, des activités d'ESPER que ce soit celles du manuel en général ou celles sélectionnées pour l'entretien. C'est pourquoi il semble peu pertinent d'analyser individuellement chaque représentation sémiotique. Il paraît plus intéressant de relever les relations entre ces différents représentations parce que « le traitement mathématique implique toujours la substitution d'une représentation sémiotique par une autre » (Duval, 2006, p. 107).

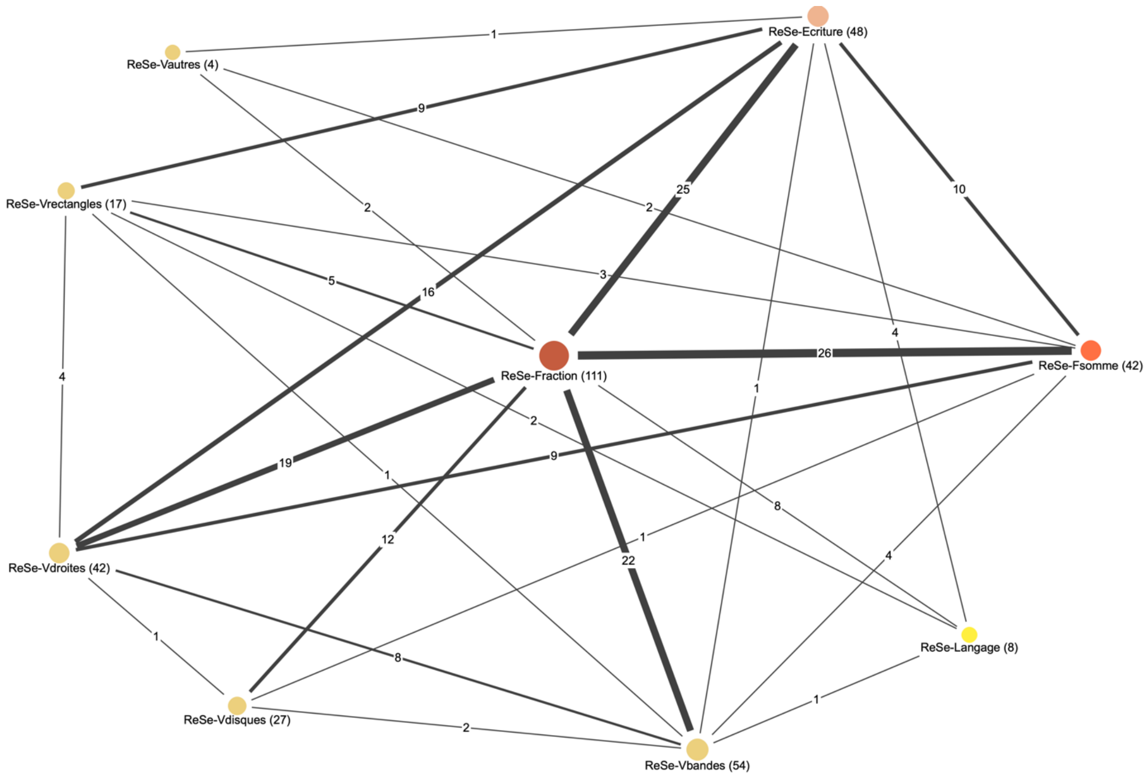


Figure 21 : Carte des cooccurrences entre codes ReSe (représentations sémiotiques)

Les relations entre les différentes représentations sont mises en évidence avec une carte de relation entre codes (figure 21). Cette carte permet de visualiser les cooccurrences de codes attribués aux représentations sémiotiques. Plus il y a de cooccurrences entre deux codes[30] (deux représentations), plus le lien (segment gris) est épais (le nombre de cooccurrence est également

[30] Le nombre entre parenthèse, à côté de chaque code, indique le nombre d'occurrences.

indiqué). Les distances entre les codes et leurs emplacements sur la carte n'ont cependant pas de signification particulière.

Si la représentation sous forme de fraction ($\frac{m}{n}$)est la plus fréquente, c'est aussi celle qui présente le plus de relations avec d'autres représentations (115 cooccurrences[31] au total, voir annexe 15). Ce résultat n'est pas surprenant, car les fractions constituent le sujet principal des entretiens. C'est également la seule représentation qui a au moins un lien avec toutes les autres. Les fractions sont surtout liées à l'écriture décimale (25 cooccurrences) « ben ça part sur la fraction, c'est un nombre à virgule en fait » (E2, tour 2), et à ce que nous avons appelé les fractions « somme » (26 cooccurrences).

> Ben justement, le fait qu'il y ait des unités entières. Ils ont eu de la peine comme ils voient. Ouais, ils ont eu de la peine à se dire que ça c'était les entiers et que tu avais que le quatre plus deux tiers ça pouvait être. Ça fait combien de tiers en tout ? Ben alors ça fait quatorze tiers. (E4, tour 126)

Cette majorité de cooccurrences, entre fractions et écriture décimale ou « somme », se retrouve au niveau individuel soit chez chaque participantes (annexe 15). Il sera question plus loin de voir si ces liens montrent que ces enseignantes comprennent les fractions et l'écriture décimale comme deux représentations différentes d'un même objet mathématique : le nombre rationnel.

L'écriture décimale est souvent concomitante à la droite numérique (16 cooccurrences) « Et puis je sais qu'on avait fait aussi un test avec juste une droite, mais juste représenter le nombre avec des nombres décimaux, il galérait beaucoup » (E1, tour 96), et aux représentations sous forme de surface de type carré ou rectangle (9 cooccurrences).

> C'est quoi comme nombres à virgule ou c'est quoi en fraction, tu vois ? Ils disaient « Ah ben il y a deux gros [*carrés*] donc ça fait deux. Puis après il y a trois barres, donc ça fait trois dixièmes et après il y a quatre petits carrés, donc deux virgule trente-quatre ». (E2, tour 86)

Les liens avec les surfaces s'expliquent notamment à cause de l'utilisation, dans ESPER, de carrés partagés en centièmes (figure 8, p.28) pour écrire des fractions décimales puis des nombres en écriture décimale. Cette influence de la progression voulue dans ESPER se vérifie

[31] Le nombre de cooccurrences des fractions est plus élevé que le nombre d'occurrences des fractions en lui-même. Cela s'explique par le fait qu'une occurrence « fraction » peut apparaître en même temps qu'une ou plusieurs occurrences d'un autre système.

également dans les dix cooccurrences entre les fractions « somme » et l'écriture décimale : « Ben quand tu reviens aux nombres à virgule plus loin pour placer, c'est la même chose quand ils disent un plus un dixième, ben un plus un dixième, tu vois, ça fait un virgule un. » (E2, tour 50). Quant aux représentations visuelles, les fractions sont souvent abordées avec les bandes (19 cooccurrences) ou les droites numériques (22 cooccurrences).

> Visuellement, c'est hyper bien fait, donc tu as la barre en haut, puis tu leur expliques justement que c'est une barre, puis ensuite tu peux bien montrer que un sur deux, le chiffre du bas c'est les deux parties et puis que le un c'est ce que tu as mangé ou coloriés ou machins. (E2, tour 100)
>
> Et c'est vrai que c'est un peu compliqué pour les élèves quand le chiffre du haut est plus grand que le bas parce qu'il te faut plusieurs baguettes du coup et, et ça pose problème pour eux. (E3, tour 40)
>
> Faire, si tu fais... De faire le lien. Par exemple, si tu as sept dixième, quel type de droite graduée ? Comment faire le lien ? Tu devrais avoir quoi ? Une droite graduée sur 10 ? Tu mets sept... Ça semble loin. Je sais pas. Je réfléchis. Comment je pourrais faire ? (E4, tour 112)

Les fractions sont plus rarement cooccurrentes les secteurs circulaires (tels que des disques, pizzas, etc., 12 cooccurrences) même si, nous le verrons plus loin, c'est « l'image » privilégiée en début d'entretien lorsqu'il s'agit de définir ce qu'est une fraction.

> Je te dirais la partie d'un tout. Et puis je pense que je lui ferais un petit dessin, puis je lui dirais "Imagine, on va partager un gâteau". Et puis si on décide qu'on est deux puis qu'on le partage en deux, une fraction, ça représente une partie de ce gâteau. Mais ce serait quand même complètement abstrait. (E5, tour 6)

Finalement, entre les représentations visuelles, ce sont les cooccurrences entre les bandes et les droites numériques qui sont dominantes (8 cooccurrences) par rapport aux autres. Une fois de plus, nous remarquons l'influence du manuel ESPER, et de notre choix des tâches, sur les liens fait par les enseignantes.

6.4 « J'AI MANGÉ UN ENTIER PUIS APRÈS JE PASSE À L'AUTRE »

Dans cette quatrième partie consacrée aux résultats, nous avons choisi d'analyser plus particulièrement les réponses à une question. Celle-ci concernait la procédure (fictive) d'un élève pour l'item « a) $\frac{8}{5}$ » de l'activité *Deux écritures pour un même nombre* – 2. Nous avons demandé aux participantes ce qu'elles pensaient de la manière de procéder d'un élève qui colorierait les parts des pentagones telle qu'exemplifiée en bleu *versus* la procédure donnée dans le corrigé en rose[32](figure 22).

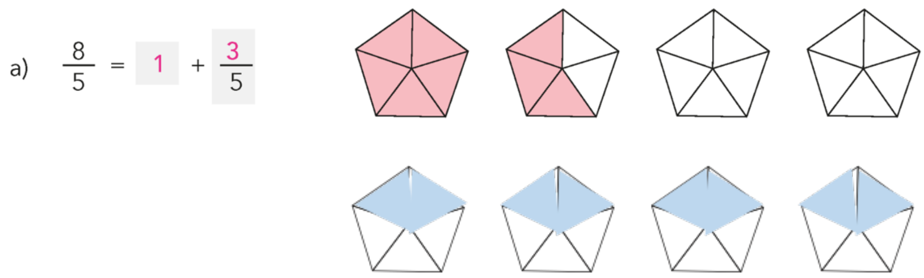


Figure 22 : La procédure attendue et une procédure fictive mais possible de colorier $\frac{8}{5}$ en cinquièmes de pentagones.

E2 n'a jamais observé la procédure en bleu chez ses élèves et ne pense pas que cela pourrait se produire. Sans toutefois dire que c'est faux, elle insiste sur le fait que $\frac{8}{5}$ c'est un pentagone entier plus trois parts.

> Ben finalement, je pense que tu dois y faire repenser que ben faut d'abord, tu es obligé de lui expliquer que tu es obligé de remplir une avant de passer à l'autre. Que si tu arrives à compléter celle-là en entier parce que tu as déjà huit, puis il y en a cinq que tu dois d'abord faire figure après figure et que tu dois t'intéresser à la première. Dans la première, il y a combien ? Il y a cinq. (E2, tour 174)

Elle argumente cette position en faisant référence à ces explications, données en classe, « Ouais, je me dis que tu as assez dit aussi. J'ai mangé un entier puis après je passe à l'autre » (E2, tour 176). Par un entier, elle fait référence à un gâteau ou une pizza. Cet argument de l'entier doit être complet avant de passer au suivant se retrouve aussi chez E3 « Le premier est déjà pas plein donc tu peux pas, tant qu'il est pas plein, tu peux pas passer au suivant » (tour 98).

Pour E5, cette procédure n'est pas correcte dans la mesure où dessiner 2 parts dans 4 pentagones différents signifie prendre la totalité des parts (donc 4x5 = 20 parts) et revient à considérer la fraction $\frac{8}{20}$ au lieu de $\frac{8}{5}$ alors que $\frac{2}{5}+\frac{2}{5}+\frac{2}{5}+\frac{2}{5}=\frac{8}{5}$: « Il sait pas, il se l'est pas représenté. Parce que finalement, oui, il en a pris huit sur les vingt. Ouais, donc là finalement, on est en vingtièmes, on est plus en cinquièmes. » (E5, tour 106). Cette intervention est intéressante, car elle montre aussi que, pour E5, cette procédure relève d'un manque de représentation de la part

[32] La procédure en rose est issue du corrigé en ligne ESPER (CIIP, 2022f).

de l’élève et non pas d’une limite liée à la représentation (les pentagones) elle-même. Pourtant, plus loin, elle fait remarquer que peu d’élèves appliqueraient la procédure bleue (figure 22, page 48) en raison d’un effet de contrat didactique[33] : « De temps en temps, tu en as un qui fait ça [*la procédure en bleu*], mais c'est assez rare. Ils ont ils ont assez vite compris le contrat » (E5, tour 135).

E1 estime elle aussi que cette procédure est fausse, mais pour elle c’est par rapport de l’exemple donné en haut de la fiche « Pour moi par rapport à l'exemple, c'est faux » (tour 172). Cependant, elle nuance sa réponse un peu plus loin en évoquant l’intérêt que cette procédure peut présenter tout en insistant sur l’importance de l’exemple donné : « Donc si on fait comme l'exemple, ce serait faux. Mais s'il n'y avait pas ça, ben je comprendrais » (E1, tour 176).

Les réponses exposées ici nous semblent intéressantes dans la mesure où elles relient les connaissances mathématiques pour l’enseignement, aux significations des fractions, et aux représentations sémiotiques. Nous comprenons que le fait de colorier deux parts par pentagones n’aide pas à écrire la fraction « somme » $1 + \frac{3}{5}$. Cependant, nous constatons un glissement de l’apprentissage d’un objet mathématique vers l’apprentissage de sa représentation (ici une représentation sous forme de figure géométrique). L’accent mis sur la procédure attendue – colorier un *entier* avant de passer au suivant – relève peut être du lien entre la fraction et la *partie d’un tout*. Les pentagones ressemblent effectivement à des disques partagés en secteurs circulaires tels des parts de pizzas ou de gâteaux. Nous discutons plus largement de ces éléments de réflexion dans le chapitre 7, chapitre dans lequel nous mettons également en perspective les résultats présentés aux points 6.1, 6.2, et 6.3.

[33] La définition du contrat didactique selon Brousseau est la suivante : « Dans une situation d'enseignement, l'élève doit généralement résoudre un problème mathématique présenté par le maître. Cependant, l'accès à cette tâche passe par l'interprétation des questions, des informations fournies et des contraintes imposées, qui sont des constantes de la méthode d'enseignement du maître. Ces habitudes spécifiques du maître, attendues par l'élève, ainsi que les comportements de l'élève, attendus par le maître, constituent ce que l'on appelle le contrat didactique » (Brousseau, 1980, p. 181).

7 DISCUSSION

Ce chapitre se divise en deux parties. Dans la première, nous allons mettre en perspective nos résultats avec ceux obtenus dans d'autres études (voir les chapitres 2 et 3), en vue de répondre à nos deux questions de recherche. Nous discuterons des limites du cadre théorique et de la méthodologie dans la deuxième partie.

7.1 DISCUSSION ET RÉPONSES À LA PROBLÉMATIQUE DE RECHERCHE

7.1.1 Décrire les connaissances mathématiques avec les MKT

Le cadre des *Mathematical knowledge for teaching* met en évidence des questions autour de spécificité des connaissances mathématiques pour l'enseignement. La catégorisation établie par Ball et ses collègues (voir notamment Ball et al., 2005, 2008; Ball & Bass, 2002; Hill et al., 2008a; Hill & Ball, 2009) permet de voir (et mesurer) le rôle et l'influence que ces connaissances ont sur les pratiques des enseignant·es. Aussi, il nous semblait pertinent de voir quelles catégories de connaissances sont plus fréquentes chez les participantes à notre recherche et quelle compréhension nous pouvons en faire.

Du côté des connaissances pédagogiques (PCK), les enseignantes se réfèrent souvent à des modèles, des exemples pour soutenir le développement de la compréhension des fractions chez les élèves. Elles parlent également de l'ordre des tâches, et notamment de l'activité d'introduction au thème des fractions comme E4 (tour 16) qui explique avoir utilisé les bandes proposées dans une activité ESPER ou E5 (tour 12) qui fait de nombreux liens avec le quotidien des élèves. Aussi, les connaissances du contenu et de l'enseignement du sujet (KCT) et les connaissances des élèves et de l'apprentissage du sujet (KCS) sont nombreuses. Charalambous (2010) a notamment trouvé une relation entre la manière d'exploiter les tâches mathématiques en classe et les MKT.

Quant aux connaissances du sujet (SMK), les enseignantes montrent certains savoirs qui sont communs (CCK) avec d'autres professionnel·les ou adultes « Enfin voilà, un divisé par deux, ça donne zéro virgule cinq » (E2, tour 2). Cependant, la plupart des connaissances observées chez les enseignantes relèvent de connaissances mathématiques spécifiques à l'enseignement (SCK). Cela se voit lorsqu'elles utilisent du langage mathématique, anticipent les difficultés qu'une représentation pourrait poser ou analysent les activités. C'est par exemple le cas de E3 (tour 138) qui remarque avoir moins travaillé les fractions supérieures à 1 alors qu'il est important de travailler tous les nombres, ou E2 (tour 84) qui décrit l'importance d'utiliser les bons mots (dixièmes, centièmes pour parler des décimales). Des études ont relevé qu'il existe un lien entre un enseignement efficace et la qualité des SCK (Hill et al., 2012; Santagata & Lee, 2021). Par ailleurs, l'unique apparition de connaissances de l'horizon mathématique (HCK), donnée par E3 qui se pose la question de l'utilité du travail autour des fractions pour la suite, rejoint les observations de Clivaz & Ni Shuilleabhain (2019) sur le faible nombre d'occurrences de cette catégorie.

Toutefois, ces connaissances ne sont pas toujours exactes ou se limitent à un aspect restreint du savoir à enseigner. À titre d'exemple, pour E1, l'apprentissage des fractions devrait se limiter à leur écriture et à la signification de *partie d'un tout* : « Enfin je pense surtout que les fractions, comment est-ce qu'on les on les met par écrit avec la barre et tout. Juste savoir se représenter justement avec l'histoire du gâteau, etc. pour qu'ils se représentent quand même » (E1, tour 50). Cette limitation pourrait empêcher les enseignant·es d'organiser efficacement leur enseignement et d'anticiper d'éventuelles difficultés pour les élèves (Diamond, 2020). De plus, certaines des enseignantes (E1, E4) admettent trouver difficile d'enseigner les fractions, ce qui rejoint un constat établi par (Ball & Bass, 2003), même dans un contexte états-uniens où les fractions sont omniprésentes.

Par ailleurs, des études sur les connaissances des enseignant·es sur les nombres rationnels montrent que les enseignant·es sont nettement moins confiants et moins performant·es dans le domaine des nombres rationnels qu'avec les nombres naturels (Ball & Bass, 2003) et cela se confirme ici notamment avec E1 : « Puis là je trouve que, enfin, pour nous aussi, c'est un peu difficile de leur apprendre à comment est-ce que tu additionnes ou des choses comme ça. Pourquoi par exemple un dixième plus un centième, enfin comment est-ce qu'on fait ? » (E1, tour 18).

En conséquence, et pour répondre à la première question de notre problématique :

> D'après les catégories des *Mathematical knowledge for teaching,* quelles sont les connaissances mathématiques des enseignant·es pour l'enseignement des fractions en 7ème primaire ?

Nous pouvons dire que les connaissances mathématiques pour l'enseignement des fractions chez des enseignantes de 7ème primaire sont spécifiques à l'enseignement (CSK), se concentrent surtout sur l'enseignement du sujet (KCT) et sur l'apprentissage des élèves (KCS). Nous remarquons surtout qu'il est utile de pouvoir catégoriser ces connaissances, afin de discerner les domaines dans lesquels se concentre le savoir des enseignant·es. Cela permet notamment de les accompagner de manière ciblée en cas de formation. Cependant, comme notre recherche s'intéressait uniquement aux enseignant·es, il ne nous est pas possible de dire dans quelle mesure ces connaissances influencent les apprentissages des élèves alors qu'il s'agit d'une plus-value essentielle démontrée par le modèle des MKT (Copur-Gencturk et al., 2019).

Cela étant dit, et au-delà de leur aspect descriptif, les MKT nous ont permis de déterminer des segments de connaissances dans lesquelles il a été possible de superposer les représentations sémiotiques et les significations des fractions afin d'en inférer des liens.

7.1.2 Décrire les connaissances mathématiques avec les représentations sémiotiques et les significations des fractions

Les fractions constituent un sujet mathématique important et complexe. Ce sont notamment les travaux de Kieren (1976), repris par Behr, Lesh, Post et Silver (1983) qui ont contribué à déterminer plusieurs composantes de sens concernant les nombres rationnels (et donc des fractions) dans une optique d'apprentissage. Nous avons donc utilisé ces significations pour tenter de décrire les connaissances des enseignant·es au sujet des fractions. Ainsi, nous avons trouvé une forte présence des significations liées à la *partie d'un tout.* Celle-ci est souvent liée à des explications telles que : « par exemple on l'a partagé en quatre. Puis on a pris une partie, on a pris une partie. On a pris une ou deux, ou trois, ou quatre parties, puis c'est ça la fraction » (E5, tour 4) ou à des mots et des images faisant appel à du vocabulaire lié à la nourriture (on a partagé un gâteau, une pizza, etc.). La partie d'un tout est la signification la plus facile à saisir pour les enfants (Charalambous & Pitta-Pantazi, 2007) et pour les adultes comme nous le constatons ici. Elle offre cependant une compréhension très limitée des fractions et « empêche totalement ces élèves de considérer les fractions comme des nombres » (Coquin & Camos, 2006, p. 5). Le *quotient* est également présent même si c'est dans une moindre mesure. Certaines des enseignantes ont très vite associé les fractions à une écriture pour exprimer une division « l'opération qui est concernée, ben en fait c'est la division » (E1, tour 10).

Cependant, dans nos entretiens, la fraction-*mesure* est la signification la plus présente parmi les connaissances des enseignant·es. Cette interprétation est une reconceptualisation (Behr et al., 1983) de *partie d'un tout* et elle présente comme bénéfice de permettre la représentation de fractions supérieures à 1 lorsque *m* est plus grand que *n* dans $\frac{m}{n}$. Comme les activités discutées lors des entretiens font intervenir des fractions plus grandes que 1, cela constitue probablement l'une des principales raisons expliquant la prépondérance de la *mesure*. L'autre raison tient des représentations visuelles, telles que des bandes et des droites numériques, fortement présentes dans les activités discutées. Ces représentations favorisent la compréhension de *mesure*. Aussi, une question à laquelle nous n'avions pas pensé, mais qui mérite qu'on s'y attarde, est celle de l'influence occasionnée par les activités sélectionnées, et le manuel officiel, sur les connaissances des enseignantes. Cela est particulièrement visible en ce qui concerne les représentations sémiotiques.

À ce propos, dans la partie consacrée aux résultats, nous avions suggéré qu'il serait plus pertinent de souligner les relations entre les différentes représentations sémiotiques plutôt que de les analyser chacune individuellement, d'autant que le plus important ne réside pas dans les représentations en elles-mêmes, mais dans leurs transformations (Duval, 2006). En premier lieu, puisque le sujet principal des entretiens était les fractions, il n'était pas surprenant de voir que les cooccurrences les plus fréquentes impliquaient les fractions. Dans le manuel ESPER et dans les activités choisies pour l'entretien, de nombreuses représentations sont présentes, notamment celles que nous avons nommées « représentations visuelles » comme des bandes, des droites, des surfaces de types disques ou rectangles et carrés.

Néanmoins, une représentation ne doit pas être confondue avec l'objet mathématique qu'elle représente (Duval, 1993). Bien que ces représentations visuelles puissent plaire (« Visuellement, c'est hyper bien fait » (E2, tour 100)) et aider tant les élèves que les enseignant·es (« ça m'aide moi » (E4, tour 198)), elles sont néanmoins susceptibles de détourner l'attention de l'objet mathématique qu'elles sont censées représenter. Ainsi, il existe un risque que la représentation devienne le sujet d'apprentissage et non un moyen d'accéder à l'objet mathématique à étudier. Pour percevoir ce changement de focus, il faut des connaissances mathématiques subtiles (Ball et al., 2005), pas toujours disponibles chez les enseignant·es. C'est ce que nous avons pu constater avec les réponses données par les participantes à propos de l'exemple avec les pentagones (voir 6.4). Nous avons vu qu'elles ont de la difficulté à distinguer la représentation, son utilisation, de l'objet mathématique : « The part played by signs, or more exactly by semiotic systems of representation, is not only to designate mathematical objects or to communicate but also to work on mathematical objects and with them[34]» (Duval, 2006, p. 107).

[34] « Le rôle des signes, ou plus exactement des systèmes sémiotiques de représentation, n'est pas seulement de désigner des objets mathématiques ou de communiquer, mais aussi de travailler sur les objets mathématiques et avec eux » (Traduit avec DeepL.com (https://www.deepl.com/translator).

De plus cette confusion vient aussi du fait que la forme du pentagone et de son découpage (figure 22, p.48) rappelle les pizzas ou les gâteaux souvent utilisés dans une signification des fractions-*partie d'un tout.* Il n'est donc pas évident de différencier une représentation (chaque pentagone étant un entier, une unité) avec le sens de l'objet mathématique (un nombre est une quantité, une mesure, continue sans « vide » entre chaque unité). Ainsi, les difficultés rencontrées par les élèves, mais aussi par leurs enseignant·es, ne sont pas uniquement dues à la complexité des nombres rationnels, mais aussi à des choix didactiques qui peuvent créer des obstacles didactiques (Brousseau et al., 2009).

En raison de leurs connaissances insuffisantes, les enseignant·es peuvent manquer de compréhension face aux obstacles auxquels les élèves se confrontent (Vosniadou, 2007) ou même voir des erreurs là où il n'y en a pas. C'est ainsi que E1 estime que les réponses de son élève sont fausses dans la figure 23 ci-dessous.

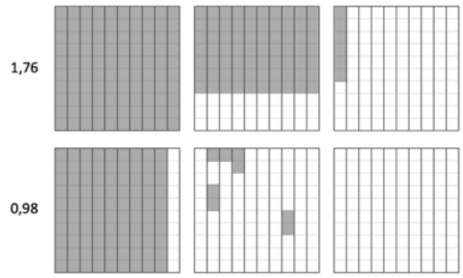


Figure 23 : Reproduction des réponses d'un élève que E1 considère comme fausses

Dans cet exemple, l'élève devait représenter des nombres, en écriture décimale (1,76 ; 0,98), à l'aide de surfaces carrées à colorier (des carrés *unités* divisés en 100 petits carrés, les *centièmes*, dont le regroupement par 10, en colonne, donne des *dixièmes*). En comptant le nombre de petits carrés *centièmes* coloriés, l'élève a effectivement représenter 1,76 (il y a 176 *centièmes* coloriés) et 0,98 (il y a 98 *centièmes* coloriés). Cependant, E1 ne le voit pas de la sorte, car ce qui prime c'est qu'un carré *unité* doit être entièrement rempli avant de passer au suivant :

> En fait, on avait compté faux parce que là, justement, en fait, une unité, c'était l'unité, c'est le grand carré. Et pour le 0,98 par exemple, il a dessiné comme ça. Du coup, ça représente deux unités. Du coup, c'était faux en fait. (E1, tour 130)

Alors qu'il s'agit de vérifier si le traitement effectué par l'élève, sur une représentation, est correct par rapport à l'objet mathématique visé, cette intervention de E1 illustre à quel point il peut être difficile pour les enseignantes de ne pas se laisser contraindre par les règles, effectives ou présumées, d'utilisation d'une représentation voire de confondre cette représentation avec l'objet mathématique. Une telle confusion rendrait les connaissances mathématiques acquises « inutilisables hors de leur contexte d'apprentissage » (Duval, 1993, p. 37).

Ainsi, pour répondre à la seconde question de recherche :

> Quel est le rôle particulier des représentations sémiotiques et des significations des fractions dans les connaissances mathématiques des enseignant·es pour l'enseignement des fractions en 7ème primaire ?

Il est possible d'affirmer que la compréhension et les connaissances des fractions chez les enseignantes reposent en grande partie sur les significations des fractions et les représentations sémiotiques. Nous relevons une dualité, concernant l'enseignement des fractions, complexe à saisir pour les enseignantes : les fractions peuvent constituer un sujet d'apprentissage en soi et les fractions peuvent être l'entrée vers l'apprentissage des nombres rationnels. Nous constatons également que les tâches proposées aux élèves et les connaissances mises en avant dans celles-ci influencent les connaissances exprimées par les enseignantes. De plus, nous observons, dans le discours des enseignantes, un glissement entre l'utilisation d'une représentation pour soutenir l'apprentissage et un apprentissage de la représentation en elle-même. Par contre, il ne nous est pas possible de dire si les enseignant·es comprennent les fractions comme une représentation possible des nombres rationnels ou comme un objet mathématique en soi. Il faudrait pour cela poser des questions plus précises à ce sujet lors des entretiens.

Pour conclure, il semble important de former les enseignant·es à l'enseignement des fractions et des nombres rationnels, d'autant plus que des recherches indiquent qu'une formation appropriée peut améliorer leur compréhension et leurs compétences d'enseignement à ce sujet (LeSage, 2013; Newton, 2008; Ward & Thomas, 2007). Cela inclut notamment une discussion portant sur les limites des différentes représentations sémiotiques et sur l'importance de ne pas les confondre avec l'objet mathématique qu'elles désignent.

7.2 LIMITES DE CETTE ÉTUDE

Cette étude comporte certaines limites qu'il est essentiel de décrire afin de contextualiser les résultats obtenus. Bien que ces résultats apportent des éclairages pertinents quant aux connaissances des enseignantes interviewées, il semble important de présenter les limites posées par le contexte et la méthodologie de recherche.

7.2.1 Limites du cadre théorique des MKT et de la grille de codage

Les indicateurs choisis, pour coder les connaissances mathématiques pour l'enseignement (MKT), ont été élaborés dans le cadre de *Lesson Study* (voir Clivaz & Ni Shuilleabhain, 2019). Les indicateurs sont donc constitués pour définir les catégories des MKT dans des interactions entre plusieurs participant·es. Aussi, dans notre contexte d'entretien en « tête-à-tête », il a parfois été difficile de définir à quelle catégorie se rattachaient les connaissances émises par les enseignantes interrogées en fonction des indicateurs proposés.

Cette difficulté d'identification des catégories de connaissances n'est pas uniquement due à la nature de la grille. Ce problème a été rencontré par d'autres avant nous (Carrillo et al., 2013) et les auteur·trices du cadre MKT reconnaissent la complexité que présente le classement des connaissances (Ball et al., 2008). Nous avons eu du mal à distinguer les connaissances mathématiques spécifiques à l'enseignement SCK et les connaissances de l'enseignement du sujet KCT. En effet, dans l'analyse d'activités, il n'est parfois pas évident de dire si les connaissances émises sont de l'ordre de la catégorie des savoirs mathématiques pour l'enseignement SCK ou celle de l'enseignement du sujet KCT comme dans l'exemple ci-après.

> En fait, on leur a dit pour le B. Enfin, ils ont d'abord fait l'exercice basique, donc ils sont tous venus avec une seule fraction. Et ensuite moi j'ai dit pour le B, le D et le F, il faut une autre manière d'écrire. On avait encore jamais vu. Puis là ils sont venus plusieurs fois avec d'autres fractions, puis j'ai dit non, c'est pas des fractions. Enfin, il y a une addition, il y a une. Enfin, j'essaye un peu de les guider. (E2, tour4)

D'ailleurs pour certain·es auteur·trices (Carrillo et al., 2013; Copur-Gencturk et al., 2019), il n'existerait pas véritablement de preuves empiriques de la distinction entre ces catégories. De plus, nous n'avons identifié que peu de connaissances mathématiques communes CCK et privilégié celles spécifiques à l'enseignement SCK. Ce constat est peut-être dû à l'impossibilité de réellement savoir si une connaissance à propos des fractions (tel que les liens entre différentes représentations) est spécifique à l'enseignement ou également utilisée par d'autres (Ball et al., 2008).

7.2.2 Limites des entretiens et des questions sur les fractions

Le choix de l'entretien en guise de méthode de récolte des données peut être discuté. Il serait éventuellement préférable de proposer des questionnaires, avec des items plus précis, à la manière de Ball et al. (2005), afin d'obtenir des données plus riches et variées en termes d'étendue des connaissances. À titre d'exemple, concernant les fractions et les nombres rationnels, même si les enseignantes n'ont pas explicitement identifié des concepts comme le *ratio* ou *l'opérateur*, elles possèdent peut-être des connaissances en lien avec ces notions. Cela n'a simplement pas été rendu visible dans cette étude, car la principale source des questions était le manuel ESPER et trois tâches spécifiques, qui ne permettent pas d'explorer d'autres aspects.

Nous aurions potentiellement pu obtenir des informations plus précises sur les systèmes de représentation sémiotique en posant des questions directement liées à l’objet mathématique des nombres rationnels. Dans notre étude, les relations avec cet objet et les différentes représentations sont possiblement lacunaires. Par ailleurs, le choix des représentations sémiotiques et des significations des fractions, pour analyser les connaissances mathématiques des enseignantes, est discutable. D’autres éléments auraient pu être pris en compte tels que la définition de l’objet « nombre rationnel », ou l’utilisation des fractions dans des opérations par exemple.

Nous devons également reconnaître que notre conduite des entretiens a, par instants, manqué de précision ; il n’a pas été possible d’identifier toutes les idées des participantes qui valaient d’être approfondies. Nous n’avons parfois pas su comment les relancer pour les inviter à développer leur réflexion. À titre d’exemple, concernant la question sur les pentagones (point 6.4) avec E3, nous n’avons pas poursuivi notre enquête alors que sa réponse méritait un approfondissement afin d’obtenir plus d’informations sur ses connaissances. Il s’agissait de nos premiers entretiens sous cette forme et nous espérons améliorer ces aspects lors de prochaines recherches.

Par ailleurs, comme une grande partie de l’entretien reposait sur les activités que nous avions sélectionnées et analysées (*Fractions de bandes* 1 et 2, *Deux écritures pour un même nombre* 1 et 2, ainsi que *Codages* et *Décodage*), il a été difficile de faire émerger les connaissances des enseignantes lorsqu’elles ne connaissaient pas ces activités. À ce propos, c’est l’une des raisons pour lesquelles la rencontre avec E1 est plus courte que les autres.

Finalement, il aurait été préférable d’avoir un nombre plus élevé de participantes à cette étude. Cela aurait permis d’obtenir des données plus robustes. Leurs profils sont également assez similaires s’agissant de leurs années d'enseignement et de leur cursus de formation. Il aurait été intéressant, en termes de comparaison, d'inclure des personnes avec plus d'années d'expérience, des novices, ou encore des enseignant·es ayant suivi un cursus en mathématiques.

8 CONCLUSION

Ce mémoire visait à explorer les connaissances mathématiques pour l'enseignement des fractions en 7ème primaire en Suisse romande. Afin de récolter des données à ce sujet, nous avons mené des entretiens avec cinq enseignantes à propos de leur compréhension d'activités du manuel ESPER et de leurs pratiques d'enseignement. En utilisant le cadre théorique des *Mathematical knowledge for teaching* et en nous appuyant sur l'analyse mathématique du chapitre 3, nous avons pu obtenir des résultats qui apportent, dans notre contexte, des éléments de réponses à notre problématique.

Au regard de la première question de recherche, les résultats obtenus indiquent que les connaissances mathématiques, les plus souvent exprimées, sont spécifiques à l'enseignement (SCK), orientées sur l'enseignement du sujet (KCT) ainsi que sur les élèves et leurs apprentissages (KCS). Une grande partie de l'analyse, faite par les enseignantes interrogées, des activités et de la progression en général, concerne les difficultés que les élèves pourraient rencontrer. Cependant, cette analyse passe à côté de certains obstacles qui demandent une compréhension plus fine de l'objet d'apprentissage sur le plan mathématique et didactique (Brousseau et al., 2009). Quant à la seconde question de recherche, nos observations révèlent que les connaissances mathématiques des enseignant·es sur les fractions, en termes de significations et de représentation sémiotiques, sont influencées par les activités présentées lors de l'entretien. En effet, la signification fraction-*mesure* prend le dessus sur les autres et les liens entre les fractions et les représentations visuelles indiquent parfois une confusion entre l'objet mathématique étudié et ses représentations sémiotiques.

La réflexion menée dans ce travail est à poursuivre. L'intérêt de mener des recherches, sur les connaissances des enseignant·es pour l'enseignement des fractions, semble riche en possibilités. Il serait notamment intéressant de mesurer plus précisément les connaissances des enseignant·es sur les fractions (au travers de questionnaires par exemple) et de les lier à leur enseignement dans le cadre d'observation en classe. Des études pourraient également prendre en compte d'autres facteurs de relation avec la qualité de l'enseignement tels que les croyances des enseignant·es sur l'enseignement et l'apprentissage des élèves (Hill et al., 2008a).

En conclusion, cette recherche visait à décrire les connaissances mathématiques des enseignantes pour l'enseignement des fractions, non à évaluer leurs compétences. Les résultats obtenus devraient aider à comprendre leur niveau actuel et à leur offrir, dans le cadre de formations futures, des connaissances plus approfondies sur l'enseignement des fractions.

BIBLIOGRAPHIE

Ball, D. L., & Bass, H. (2002). Toward a Practice-Based Theory of Mathematical Knowledge for Teaching. In E. Simmt & Davis (Éds.), *Proceedings of the 2002 annual meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group/Groupe Canadien d'Étude en Didactique des Mathématiques* (p. 3-14).

Ball, D. L., & Bass, H. (2003). Making mathematics reasonable in school. In J. Kilpatrick, W. G. Martin, & D. Schifter (Éds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (p. 27-44). National Council of Teachers of Mathematics.

Ball, D. L., Hill, H. C., & Bass, H. (2005). Knowing Mathematics for Teaching : who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide ? *American Educator* [Fall 2005], 14-46.

Ball, D. L., Lubienski, S., & Mewborn, D. (2001). Research on Teaching Mathematics : The Unsolved Problem of Teachers' Mathematical Knowledge. In V. Richardson (Éd.), *Handbook of Research on Teaching* (p. 433-456). Macmillian.

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching : What Makes It Special ? *Journal of Teacher Education*, *59*(5), 389-407. https://doi.org/10.1177/0022487108324554

Behr, M., Lesh, R., Post, T., & Silver, E. A. (1983). Rational-Number Concepts. In R. Lesh & M. Landau, *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes* (p. 91-125). Academic Press.

Bloch, I. (1997). Les connaissances mathématiques—De l'enseignant—Pour l'enseignement. *Petit x*, *45*, 5-24.

Bloch, I. (2009). Les interactions mathématiques entre professeurs et élèves. Comment travailler leur pertinence en formation ? *Petit x*, *81*, 25-52.

Boerst, T., Sleep, L., Ball, D., & Bass, H. (2011). Preparing Teachers to Lead Mathematics Discussions. *Teachers College Record*, *113*(12), 2844-2877.

Brissiaud, R. (1999). Les fractions et les décimaux au CM1 : Une nouvelle approche. *Actes du 15° colloque des formateurs et professeurs de mathématiques chargés de la formation des maîtres*. Loctudy, IREM de Brest.

Bromme, R. (1994). Beyond subject matter : A psychological topology of teachers' professional knowledge. In R. Biehler, R. W. Scholz, R. Strässer, & B. Winkelmann (Éds.), *Mathematics didactics as a scientific discipline : The state of the art* (p. 73-88).

Brousseau, G. (1980). L'échec et le contrat. *Recherches*, *41*, 177-182.

Brousseau, G. (1981). Problèmes de didactique des décimaux. *Recherches en didactique des mathématiques*, *2*(1), 37-127.

Brousseau, G., Brousseau, N., & Warfield, V. (2007). Rationals and decimals as required in the school curriculum. *The Journal of Mathematical Behavior*, *26*(4), 281-300. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2007.09.001

Brousseau, G., Brousseau, N., & Warfield, V. (2008). Rationals and decimals as required in the school curriculum. Part 3:Rationals and decimals as linear functions. *The Journal of*

Mathematical Behavior, *27*(3), 153-176. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2008.07.006

Brousseau, G., Brousseau, N., & Warfield, V. (2009). Rationals and decimals as required in the school curriculum. Part 4 : Problem solving, composed mappings and division. *The Journal of Mathematical Behavior*, *28*(2-3), 79-118. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2009.08.002

Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L. C., & Muñoz-Catalán, M. C. (2013). Determining specialised knowledge for mathematics teaching. *Proceedings of the CERME*, *8*, 2985-2994.

Carrillo, J., Montes, M., Contreras, L. C., & Climent, N. (2017). Les connaissances du professeur dans une perspective basée sur leur spécialisation : MTSK. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, *22*, 185-205. https://doi.org/10.4000/adsc.748

Chambris, C., Tempier, F., & Allard, C. (2017). Un regard sur les nombres à la transition école-collège. *Repères IREM*, *108*, 63-91.

Charalambous, C. Y. (2010). Mathematical Knowledge for Teaching and Task Unfolding : An Exploratory Study. *The Elementary School Journal*, *110*(3), 247-278. https://doi.org/10.1086/648978

Charalambous, C. Y., & Pitta-Pantazi, D. (2007). Drawing on a Theoretical Model to Study Students' Understandings of Fractions. *Educational Studies in Mathematics*, *64*(3), 293-316. https://doi.org/10.1007/s10649-006-9036-2

Chastellain, M. (2002). *Mathématiques sixième année* [Ed. 1985 revue et corrigée]. COROME.

Chastellain, M., & Jaquet, F. (2001). *Mathématiques cinquième année*. COROME.

Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique : Du savoir savant au savoir enseigné*. La Pensée Sauvage.

Clarke, D. M., & Roche, A. (2009). Students' fraction comparison strategies as a window into robust understanding and possible pointers for instruction. *Educational Studies in Mathematics*, *72*(1), 127-138. https://doi.org/10.1007/s10649-009-9198-9

Clivaz, S. (2011). *Des mathématiques pour enseigner : Analyse de l'influence des connaissances mathématiques d'enseignants vaudois sur leur enseignement des mathématiques à l'école primaire* [Université de Genève]. https://doi.org/10.13097/ARCHIVE-OUVERTE/UNIGE:17047

Clivaz, S. (2018). Développement des connaissances mathématiques pour l'enseignement au cours d'un processus de lesson study. In T. Barrier & C. Chambris (Éds.), *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques 2016*. IREM de Paris – Université Paris Diderot. http://hdl.handle.net/20.500.12162/169

Clivaz, S., & Ni Shuilleabhain, A. (2019). What Knowledge Do Teachers Use in Lesson Study? A Focus on Mathematical Knowledge for Teaching and Levels of Teacher Activity. In R. Huang, A. Takahashi, & J. P. Da Ponte (Éds.), *Theory and Practice of Lesson Study in Mathematics* (p. 419-440). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-04031-4_20

Comiti, C., & Neyret, R. (2019). À propos des problèmes rencontrés lors de l'enseignement des décimaux en classe de cours moyen. *Grand N*, *18*, 5-20.

Conférence Intercantonale de l'Instruction Publique de la Suisse Romande et du Tessin (CIIP). (s. d.). *Plans d'études romands*. file:///Users/p27604/Zotero/storage/63NJ7VUW/Plan-detudes-romand-PER.html

Conférence Intercantonale de l'Instruction Publique de la Suisse Romande et du Tessin (CIIP). (2018). *Mathématiques 1re et 2e*. https://www.ciip-esper.ch/#/discipline/5/1,2/

Conférence Intercantonale de l'Instruction Publique de la Suisse Romande et du Tessin (CIIP). (2022a). *Nombre 7e – Fractions et nombres à virgule—Chapitre 2—Commentaires*. https://www.ciip-esper.ch/#/sequence/173/ressource/TYPE_INDICATION_PEDAGOGIQUE

Conférence Intercantonale de l'Instruction Publique de la Suisse Romande et du Tessin (CIIP). (2022b). *Les fractions, les nombres décimaux—Comparaison, Addition, Soustraction*. https://www.ciip-esper.ch/#/discipline/5/7/objectif/41?sidepanel={%22contentType%22:%22LES_FRACTIONS_LES_NOMBRES_DECIMAUX_COMPARAISON_ADDITION_SOUSTRACTION%22,%22fullscreen%22:false}

Conférence Intercantonale de l'Instruction Publique de la Suisse Romande et du Tessin (CIIP). (2022c). *Des parts de pizza*. https://www.ciip-esper.ch/#/sequence/173/activite/3379/ressource/TYPE_DOCUMENT_IMPRIMABLE_ACTIVITE

Conférence Intercantonale de l'Instruction Publique de la Suisse Romande et du Tessin (CIIP). (2022d). *Chapitre 2 : Fractions et nombres à virgule*. https://www.ciip-esper.ch/#/sequence/173

Conférence Intercantonale de l'Instruction Publique de la Suisse Romande et du Tessin (CIIP). (2022e). *Mathématiques 7e Fichier de l'élève*. CIIP.

Conférence Intercantonale de l'Instruction Publique de la Suisse Romande et du Tessin (CIIP). (2022f). *Deux écritures pour un même nombre—2*. https://www.ciip-esper.ch/#/sequence/173/activite/3389/ressource/TYPE_RESERVOIR_EXERCICE_ACTIVITE?extra={%22corrige%22:true}

Conférence Intercantonale de l'Instruction Publique de la Suisse Romande et du Tessin (CIIP). (2023). *MSN 22—Poser et résoudre des problèmes pour construire et structurer des représentations des nombres rationnels*. portail.ciip.ch. https://portail.ciip.ch/per/learning-objectives/54

Coppé, S. (2007). La préparation des séances de classe par les stagiaires en fin de formation : Un exemple de résistances et changements dans les pratiques. *La statistique dans l'enseignement PLC2 et Les résistances et les changements dans les pratiques d'enseignement en formation initiale : actes du 14e colloque de la CORFEM*, 165-181.

Copur-Gencturk, Y., Tolar, T., Jacobson, E., & Fan, W. (2019). An Empirical Study of the Dimensionality of the Mathematical Knowledge for Teaching Construct. *Journal of Teacher Education*, *70*(5), 485-497. https://doi.org/10.1177/0022487118761860

Coquin, D., & Camos, V. (2006). Décimaux et fractions. In Pierre Barrouillet & V. Camos, *La cognition mathématique chez l'enfant* (Solal, p. 145-154).

Cortina, J. L., Visnovska, J., Graven, M., & Vale, P. (2019). *Instructional design in pursuing equity : The case of the 'fraction as measure' sequence.* 27th annual conference of Southern African Association for Research in Mathematics, Science and Technology Education (SAARMSTE), Durban.

Depaepe, F., Verschaffel, L., & Kelchtermans, G. (2013). Pedagogical content knowledge : A systematic review of the way in which the concept has pervaded mathematics educational research. *Teaching and Teacher Education*, *34*, 12-25. https://doi.org/10.1016/j.tate.2013.03.001

Deruaz, M., & Clivaz, S. (2018). *Des mathématiques pour enseigner à l'école primaire*. Presses polytechniques et universitaires romandes.

Diamond, J. M. (2020). Mathematical Knowledge for Teaching Slope : Leveraging an Intrinsic Approach. *Investigations in Mathematics Learning*, *12*(3), 163-178. https://doi.org/10.1080/19477503.2020.1754091

Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, *5*, 37-65.

Duval, R. (2006). A Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in a Learning of Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *61*(1-2), 103-131. https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z

Équipe de didactique des mathématiques HEP Vaud. (2024). *Un canevas d'analyse préalable d'une tâche en mathématiques*. https://elearning.hepl.ch/pluginfile.php/274337/mod_resource/content/3/analyse%20pre%CC%81alable%202024%20impr.pdf

Fauskanger, J., Jakobsen, A., Mosvold, R., & Bjuland, R. (2012). Analysis of psychometric properties as part of an iterative adaptation process of MKT items for use in other countries. *ZDM*, *44*(3), 387-399. https://doi.org/10.1007/s11858-012-0403-4

Fisher, J. (2009). Fractions : Partitioning and the part-whole concept. *Set: Research Information for Teachers*, *2*, 12-19. https://doi.org/10.18296/set.0482

Freiberger, M., & Thomas, R. (2018). *Dans le secret des nombres* (Nouvelle éd.). Dunod.

Galletta, A., & Cross, W. E. (2013). *Mastering the Semi-Structured Interview and Beyond : From Research Design to Analysis and Publication*. NYU Press. https://www.jstor.org/stable/j.ctt9qgh5x

Grégoire, J., Michaux, C., Rouche, N., Desmet, L., Skilbecq, P., Fanuel, J., Soille, S., & Pliez, G. (2010). *L'enseignement et l'apprentissage des nombres décimaux Article de synthèse de la recherche Août 2010*. https://doi.org/10.13140/RG.2.2.18929.45927

Harvey, R. (2012). Stretching student teachers' understanding of fractions. *Mathematics Education Research Journal*, *24*(4), 493-511. https://doi.org/10.1007/s13394-012-0050-7

Herbst, P., Ko, I., & Milewski, A. (2020). A heuristic approach to assess change in mathematical knowledge for teaching geometry after a practice-based professional learning intervention. *Research in Mathematics Education*, *22*(2), 188-208. https://doi.org/10.1080/14794802.2019.1704851

Hill, H. C. (2007). Mathematical Knowledge of Middle School Teachers : Implications for the No Child Left Behind Policy Initiative. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, *29*(2), 95-114. https://doi.org/10.3102/0162373707301711

Hill, H. C. (2010). The Nature and Predictors of Elementary Teachers' Mathematical Knowledge for Teaching. *Journal for Research in Mathematics Education*, *41*(5), 513-545. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.41.5.0513

Hill, H. C., & Ball, D. L. (2009). The Curious—And Crucial—Case of Mathematical Knowledge for Teaching. *Phi Delta Kappan*, *91*(2), 68-71. https://doi.org/10.1177/003172170909100215

Hill, H. C., Ball, D. L., & Schilling, S. G. (2008b). Unpacking Pedagogical Content Knowledge : Conceptualizing and Measuring Teachers' Topic-Specific Knowledge of Students. *Journal for Research in Mathematics Education*, *39*(4), 372-400. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.39.4.0372

Hill, H. C., Blunk, M. L., Charalambous, C. Y., Lewis, J. M., Phelps, G. C., Sleep, L., & Ball, D. L. (2008a). Mathematical Knowledge for Teaching and the Mathematical Quality of Instruction : An Exploratory Study. *Cognition and Instruction*, *26*(4), 430-511. https://doi.org/10.1080/07370000802177235

Hill, H. C., Charalambous, C. Y., Blazar, D., McGinn, D., Kraft, M. A., Beisiegel, M., Humez, A., Litke, E., & Lynch, K. (2012). Validating Arguments for Observational Instruments : Attending to Multiple Sources of Variation. *Educational Assessment*, *17*(2-3), 88-106. https://doi.org/10.1080/10627197.2012.715019

Hill, H. C., Dean, C., & Goffney, I. M. (2007). Assessing Elemental and Structural Validity : Data from Teachers, Non-teachers, and Mathematicians. *Measurement: Interdisciplinary Research and Perspectives*, *5*(2-3), 81-92. https://doi.org/10.1080/15366360701486999

Hill, H. C., Schilling, S. G., & Ball, D. L. (2004). Developing Measures of Teachers' Mathematics Knowledge for Teaching. *The Elementary School Journal*, *105*(1), 11-30. https://doi.org/10.1086/428763

Imbert, G. (2010). L'entretien semi-directif : À la frontière de la santé publique et de l'anthropologie: *Recherche en soins infirmiers*, *N° 102*(3), 23-34. https://doi.org/10.3917/rsi.102.0023

Jankvist, U. T., Clark, K. M., & Mosvold, R. (2020). Developing mathematical knowledge for teaching teachers : Potentials of history of mathematics in teacher educator training. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *23*(3), 311-332. https://doi.org/10.1007/s10857-018-09424-x

Kansanen, P. (2009). Subject-matter didactics as a central knowledge base for teachers, or should it be called pedagogical content knowledge? *Pedagogy, Culture & Society*, *17*(1), 29-39. https://doi.org/10.1080/14681360902742845

Kieren, T. E. (1976). On the mathematical, cognitive, and instructional foundations of rational numbers. In R. Lesh, *Number and measurment : Papers from research workshop* (ERIC/SMEAC).

Kilpatrick, J., Swafford, J., Findell, B., & National Research Council (U.S.) (Éds.). (2001). *Adding it up : Helping children learn mathematics*. National Academy Press.

Kutaka, T. S., Ren, L., Smith, W. M., Beattie, H. L., Edwards, C. P., Green, J. L., Chernyavskiy, P., Stroup, W., Heaton, R. M., & Lewis, W. J. (2018). Examining change in K-3 teachers' mathematical knowledge, attitudes, and beliefs : The case of Primarily Math. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *21*(2), 147-177. https://doi.org/10.1007/s10857-016-9355-x

LeSage, A. (2013). Web-Based Video Clips : A Supplemental Resource for Supporting Pre-service Elementary Mathematics Teachers. In D. Martinovic, V. Freiman, & Z. Karadag (Éds.), *Visual Mathematics and Cyberlearning* (Vol. 1, p. 187-207). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-94-007-2321-4_8

Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics : Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Lawrence Erlbaum Associates.

Margolinas, C., Coulange, L., & Bessot, A. (2005). What Can the Teacher Learn in the Classroom? *Educational Studies in Mathematics*, *59*(1-3), 205-234. https://doi.org/10.1007/s10649-005-3135-3

Marmur, O., Yan, X., & Zazkis, R. (2020). Fraction images : The case of six and a half. *Research in Mathematics Education*, *22*(1), 22-47. https://doi.org/10.1080/14794802.2019.1627239

Montes, M. A., Aguilar, A., Carrillo, J., & Muñoz-Catalán, M. C. (2013). *MTSK : FROM COMMON AND HORIZON KNOWLEDGE TO KNOWLEDGE OF TOPICS AND STRUCTURES*. https://doi.org/10.13140/2.1.4338.0162

Morin, M.-P. (2008). Les connaissances mathématiques et didactiques chez les futurs maîtres du primaire : Quatre cas à l'étude. *Canadian Journal of Education / Revue canadienne de l'éducation*, *31*(3), 537-566.

Newton, K. J. (2008). An Extensive Analysis of Preservice Elementary Teachers' Knowledge of Fractions. *American Educational Research Journal*, *45*(4), 1080-1110. https://doi.org/10.3102/0002831208320851

Ni Shuilleabhain, A. (2015). Developing mathematics teachers' pedagogical content knowledge through iterative cycles of lesson study. In K. Krainer & N. Vondrová (Éds.), *CERME 9—Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (p. 2734-2740). Charles University in Prague, Faculty of Education and ERME. https://hal.science/hal-01289593

Ni Shuilleabhain, A., & Clivaz, S. (2017). Analyzing teacher learning in lesson study : Mathematical knowledge for teaching and levels of teacher activity. *Quadrante*, *26*, 99-125.

Pin, C. (2023). L'entretien semi-directif. *LIEPP Fiche méthodologique*, *3*.

Pitkethly, A., & Hunting, R. (1996). A review of recent research in the area of initial fraction concepts. *Educational Studies in Mathematics*, *30*(1), 5-38. https://doi.org/10.1007/BF00163751

Reckase, M. D., McCrory, R., Floden, R. E., Ferrini-Mundy, J., & Senk, S. L. (2015). A Multidimensional Assessment of Teachers' Knowledge of Algebra for Teaching : Developing an Instrument and Supporting Valid Inferences. *Educational Assessment*, *20*(4), 249-267. https://doi.org/10.1080/10627197.2015.1093927

Reeder, S., & Utley, J. (2017). What Is a Fraction? Developing Fraction Understanding in

Prospective Elementary Teachers. *School Science and Mathematics*, *117*(7-8), 307-316. https://doi.org/10.1111/ssm.12248

Rowland, T. (2013). The knowledge quartet : The genesis and application of a framework for analysing mathematics teaching and deepening teachers' mathematics knowledge. *Sisyphus - Journal of Education*, *1*(3), 15-43.

Rowland, T., Huckstep, P., & Thwaites, A. (2005). Elementary Teachers' Mathematics Subject Knowledge : The Knowledge Quartet and the Case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *8*(3), 255-281. https://doi.org/10.1007/s10857-005-0853-5

Santagata, R., & Lee, J. (2021). Mathematical knowledge for teaching and the mathematical quality of instruction : A study of novice elementary school teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *24*(1), 33-60. https://doi.org/10.1007/s10857-019-09447-y

Scheiner, T., Buchholtz, N., & Kaiser, G. (2023). Mathematical knowledge for teaching and mathematics didactic knowledge : A comparative study. *Journal of Mathematics Teacher Education*. https://doi.org/10.1007/s10857-023-09598-z

Scheiner, T., Montes, M. A., Godino, J. D., Carrillo, J., & Pino-Fan, L. R. (2019). What Makes Mathematics Teacher Knowledge Specialized? Offering Alternative Views. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *17*(1), 153-172. https://doi.org/10.1007/s10763-017-9859-6

Shaughnessy, M., Garcia, N., Selling, S. K., & Ball, D. L. (2016, novembre 3). *What knowledge and skill do mathematics teacher educators need and (how) can we support its development ?* North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education., Tucson, Arizona, USA.

Shulman, L. (1987). Knowledge and Teaching:Foundations of the New Reform. *Harvard Educational Review*, *57*(1), 1-23. https://doi.org/10.17763/haer.57.1.j463w79r56455411

Shulman, Lee. S. (1986). Those Who Understand : Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*, *15*(2), 4-14.

Speer, N. M., King, K. D., & Howell, H. (2015). Definitions of mathematical knowledge for teaching : Using these constructs in research on secondary and college mathematics teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *18*(2), 105-122. https://doi.org/10.1007/s10857-014-9277-4

Tatto, M. T., Lerman, S., & Novotna, J. (2010). The organization of the mathematics preparation and development of teachers : A report from the ICMI Study 15. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *13*(4), 313-324. https://doi.org/10.1007/s10857-009-9139-7

Vermette, S. (2017). Enseignants de mathématiques et connaissances statistiques : Le cas de la variabilité. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, *17*(3), 219-233. https://doi.org/10.1080/14926156.2017.1299892

Vosniadou, S. (2007). The Cognitive-Situative Divide and the Problem of Conceptual Change. *Educational Psychologist*, *42*(1), 55-66. https://doi.org/10.1080/00461520709336918

Ward, J., & Thomas, G. (2007). What Do Teachers Know About Fractions? In D. Holton, *Findings from the New Zealand Numeracy Development Projects 2006*. Ministry of Education | Tāhuhu o Te Mātauranga.

Zopf, D. A. (2010). *Mathematical knowledge for teaching teachers : The mathematical work of and knowledge entailed by teacher education* [University of Michigan]. https://deepblue.lib.umich.edu/handle/2027.42/77702

TABLE DES ILLUSTRATIONS

ANNEXES

ANNEXE 1 Plan du chapitre Fractions et nombres à virgule

Moyen d'enseignement ESPER $7^{ème}$ année

Plan du chapitre 2 : Fractions et nombres à virgule (CIIP, 2022d)

Mathématiques 7e - Nombres - Chapitre 2 - Fractions et nombres à virgule - **Plan du chapitre**						
Prérequis et Activités de tuilage	Aucun, mais nécessaire d'avoir tuilé la comparaison de nombres naturels dans NNA 7e					
Apprentissages visés	**1** Une unité étant donnée, construire ou mesurer des bandes ou des surfaces dont la longueur ou l'aire s'exprime à l'aide de fractions simples	**2** Représenter et lire des fractions simples sur une droite graduée	**3** Une unité étant donnée, construire ou mesurer des surfaces dont l'aire s'exprime à l'aide de fractions décimales Représenter et lire des fractions décimales sur une droite graduée	**4** Passer de la fraction décimale au nombre à virgule et inversement	**5** Représenter et lire des nombres à virgule (au plus deux décimales) sur une droite graduée	**6** Comparer, ordonner, encadrer et intercaler des nombres à virgule
Activités d'introduction	**1.1 - - - Partie de bande** **1.2 N-F21 À partir d'une bande unité** **1.3 N-L27 Jeu des fractions** **1.4 - - - Jeu des dixièmes**	**N-F25 Le même trait**	**3.1 N-F28 Fractions décimales** **3.2** **N-F32 Droites graduées-1** **N-F33 Droites graduées-2**	**N-F35 Des fractions aux nombres à virgule**	**- - - Des nombres sur ma droite graduée**	**N-F45 Comparer des nombres à virgule (1)(2)(3)**
Institutionnalisation	**1.4** AM 28 Écritures d'un nombre avec des fractions décimales		**3.1** AM 26 Fractions décimales AM 27 Règles d'échanges avec les fractions décimales AM 28 Écritures d'un nombre avec des fractions décimales	AM 29 Comment passer des fractions décimales aux nombres à virgule et inversement ? AM 33 Comment reconnaître les chiffres d'un nombre ? AM 31 Comment décomposer un nombre à virgule ?	AM 30 Comment lire ou représenter des nombres à virgule sur une droite graduée ?	AM 35 Comment comparer des nombres à virgule ?
Activités d'entraînement	**1.1** **N-F18 Fractions de bandes - 1** **N-L22 Quelles fractions ?** **N-F19 Des parts de figures** **N-F20 Parts de gâteaux à colorier** **N-L23 Des parts de pizza** **1.2** **N-F22 Fractions de bandes - 2** **N-L24 Memory** **1.3 - 1.4** **N-L25 Fractions de surfaces** **N-F23 Deux écritures pour un même nombre - 1** **N-F24 Deux écritures pour un même nombre - 2**	**N-F26 Codages** **N-F27 Décodage**	**3.1** **N-F29 Unités, dixièmes et centièmes** **N-F30 Colorie** **N-F31 Fractions de carrés** **3.2 - 3.3** **N-F34 Décomposition organisée** **N-L26 Main plein - Jeux de cartes - 1**	**N-F36 Dans des tableaux** **N-F37 Différentes manières d'écrire un nombre** **N-F38 Écritures illustrées (1)(2)** **N-F39 Fractions et nombres à virgule** **N-F40 Correspondances** **N-F42 Quels chiffres ?** **- - - Jeux de cartes - 2**	**N-F41 Droites graduées en dixièmes** **N-F43 Sur une droite graduée** **N-F44 Désigne et place**	**N-F46 Plus petit, égal ou plus grand** **N-L28 J'ordonne** **N-L29 Girafes** **N-L30 Saut à la perche** **N-F47 Entre deux nombres** **N-F48 Encadrement**

Mathématiques 7e - Nombres - Chapitre 2 - Fractions et nombres à virgule - **Plan du chapitre** (suite)			
Problèmes	**N-F49 Rectangle à partager** **N-F50 Fractions à colorier** **N-F51 Sur quelle droite ?** **N-L32 Recherches**	**N-L33 Jeu de dés** **N-L36 Températures** **N-L34 Deux nombres de trois chiffres** **N-F52 Intercalés**	**N-L31 Le nombre mystère** **N-L35 Nombre de 5 chiffres**

Les précisions 1.1, 3.1 permettent de mieux voir quelles activités d'entraînement sont à faire après chaque activité d'introduction ou à quel moment institutionnaliser une notion.

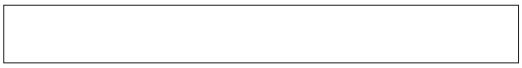
ANNEXE 2 Activité ESPER *Fractions de bandes – 1*

Référence de l'activité : CIIP, 2022e, p. 123

7e / Nombres / Fractions et nombres à virgule

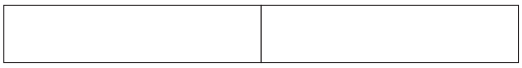
N - F 18 Fractions de bandes – 1

Cette bande est l'unité de longueur :

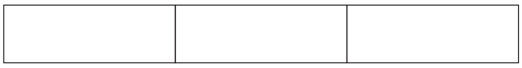


Colorie la partie de bande correspondant à la fraction.

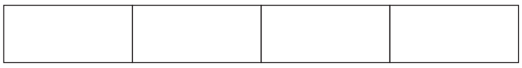
a) $\frac{1}{2}$



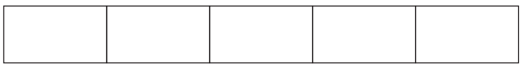
b) $\frac{2}{3}$



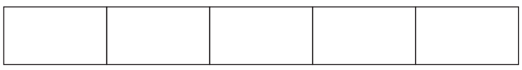
c) $\frac{3}{4}$



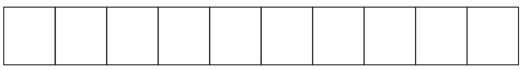
d) $\frac{3}{5}$



e) $\frac{1}{5}$



f) $\frac{7}{10}$



123 cent-vingt-trois

ANNEXE 3 Activité ESPER *Fractions de bandes – 2*

Référence de l'activité : CIIP, 2022e, p. 127

7e / Nombres / Fractions et nombres à virgule

N - F 22 Fractions de bandes – 2

Cette bande est l'unité de longueur :

Pour chaque fraction, choisis la ligne qui te permet le mieux de la représenter, puis colorie la partie de bande correspondante.

a) $\frac{3}{2}$

b) $\frac{5}{3}$

c) $\frac{8}{4}$

d) $\frac{4}{5}$

e) $\frac{9}{10}$

f) $\frac{17}{10}$

127 cent-vingt-sept

ANNEXE 4 Activité ESPER *Deux écritures pour un même nombre – 1*

Référence de l'activité : CIIP, 2022e, p. 128

N - F 23 Deux écritures pour un même nombre – 1

Avec cette unité

Le nombre $\frac{9}{4}$ peut être représenté ainsi :

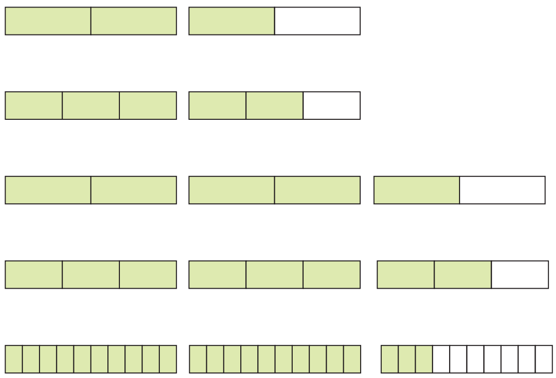
Ce nombre peut s'écrire aussi $2 + \frac{1}{4}$:

Les deux écritures $\frac{9}{4}$ et $2 + \frac{1}{4}$ correspondent au même nombre.

Cherche et note avec deux écritures différentes chaque nombre représenté.

Unité :

a) b) c) d) e)



a) ☐ = ☐ + ☐

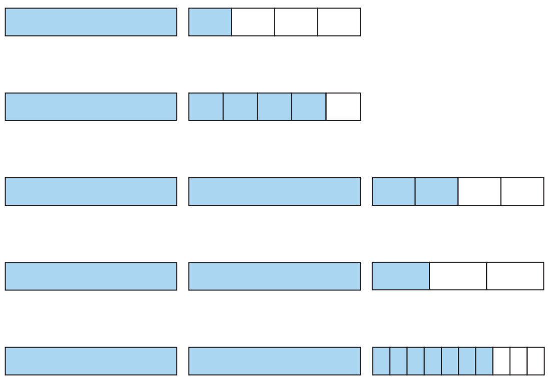
b) ☐ = ☐ + ☐

c) ☐ = ☐ + ☐

d) ☐ = ☐ + ☐

e) ☐ = ☐ + ☐

f) g) h) i) j)



f) ☐ + ☐ = ☐

g) ☐ + ☐ = ☐

h) ☐ + ☐ = ☐

i) ☐ + ☐ = ☐

j) ☐ + ☐ = ☐

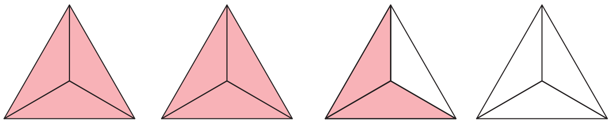
ANNEXE 5 Activité ESPER *Deux écritures pour un même nombre – 2*

Référence de l'activité : CIIP, 2022e, p. 129

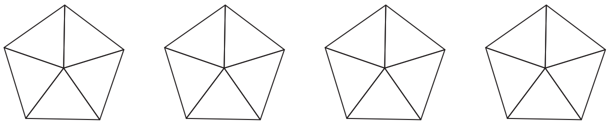
N - F 24 Deux écritures pour un même nombre – 2

Écris d'abord le nombre d'une autre manière comme dans l'exemple puis vérifie avec le dessin.

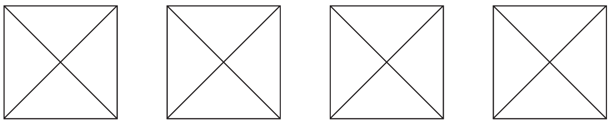
Exemple : $\frac{8}{3} = 2 + \frac{2}{3}$



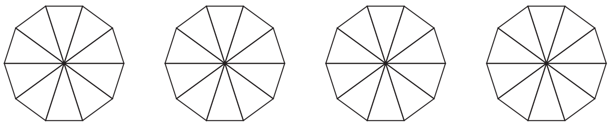
a) $\frac{8}{5} = \square + \frac{\square}{5}$



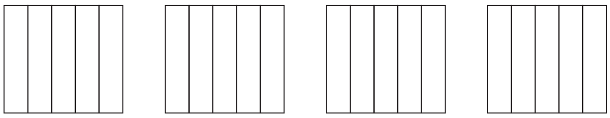
b) $\frac{13}{4} = \square + \frac{\square}{4}$



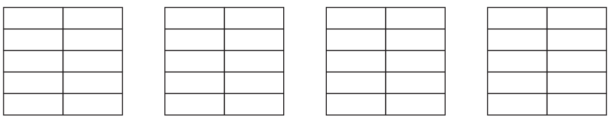
c) $\frac{29}{10} = \square + \frac{\square}{10}$



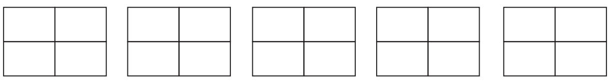
d) $\frac{18}{5} = \square + \frac{\square}{5}$



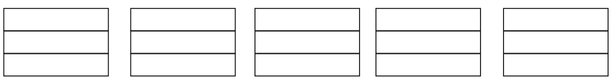
e) $\frac{36}{10} = \square + \frac{\square}{10}$



f) $\frac{17}{4} = \square + \frac{\square}{4}$



g) $\frac{15}{3} = \square + \frac{\square}{3}$



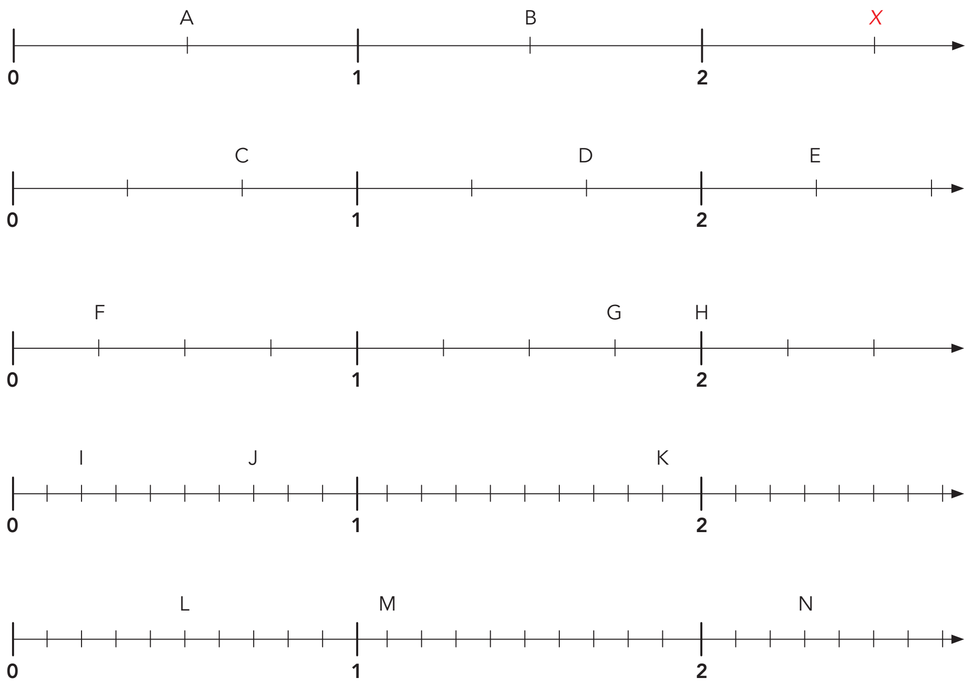
ANNEXE 6 Activité ESPER *Codages*

Référence de l'activité : CIIP, 2022e, p. 131

N - F 26 Codages

Pour chaque point A, B, C ... précise à quel nombre il correspond.
Lorsque c'est possible, note les nombres de deux manières différentes.

Exemple avec X : $\frac{5}{2}$ ou $2 + \frac{1}{2}$



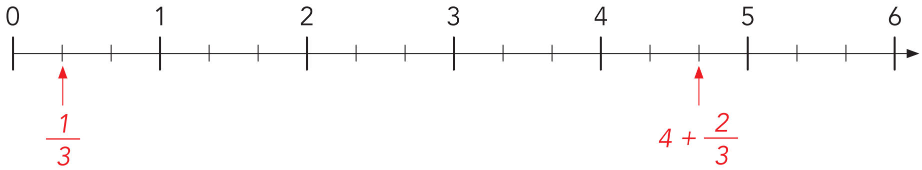
A. = +	B. = +		
C. = +	D. = +	E. = +
F. = +	G. = +	H. = +
I. = +	J. = +	K. = +
L. = +	M. = +	N. = +

ANNEXE 7 Activité ESPER *Décodage*

Référence de l'activité : CIIP, 2022e, p. 132

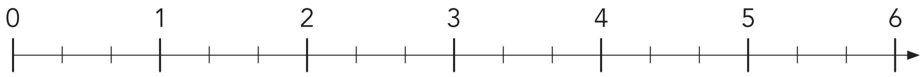
N - F 27 Décodage

Observe l'exemple.



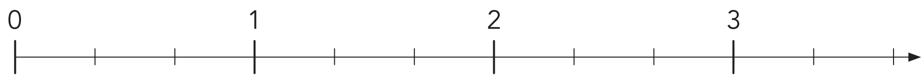
A. Place les nombres suivants sur la droite graduée comme dans l'exemple.

$1 + \frac{1}{3}$ $\frac{11}{3}$ $5 + \frac{1}{3}$ $\frac{9}{3}$ $\frac{16}{3}$



B. Place chaque nombre sur une des droites graduées comme dans l'exemple.
Choisis chaque fois la droite graduée qui convient le mieux.

$\frac{3}{4}$ $3 + \frac{2}{3}$ $\frac{6}{5}$ $\frac{7}{3}$ $1 + \frac{2}{4}$ $2 + \frac{3}{5}$



ANNEXE 8 Analyse préalable de *Fractions de bandes* 1 & 2

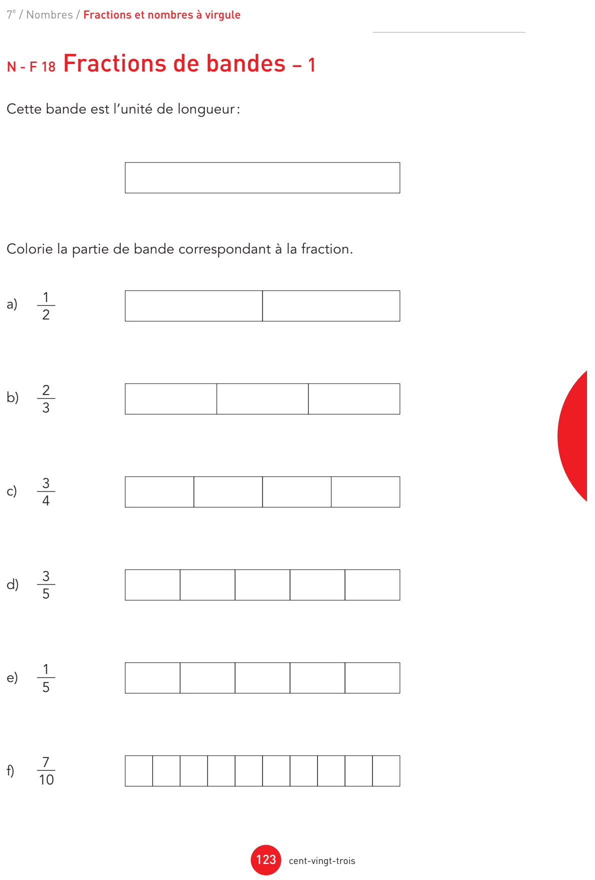
Référence de la tâche

Nom : *Fractions de bandes* – 1 et *Fractions de bandes* – 2 (CIIP, 2022e, p. 123 et 127)

Degré : 7P

Référence ESPER : N – F18 et N – F22

Planification de l'activité selon ESPER : *Fractions de bandes* 1 et 2 se trouvent dans l'AV 1. Ce sont des activités d'entraînement à faire après avoir introduit les fractions inférieures à 1 (partie 1) et supérieures à 1 (partie 2).



7e / Nombres / Fractions et nombres à virgule

N - F 18 Fractions de bandes – 1

Cette bande est l'unité de longueur :

Colorie la partie de bande correspondant à la fraction.

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{2}{3}$

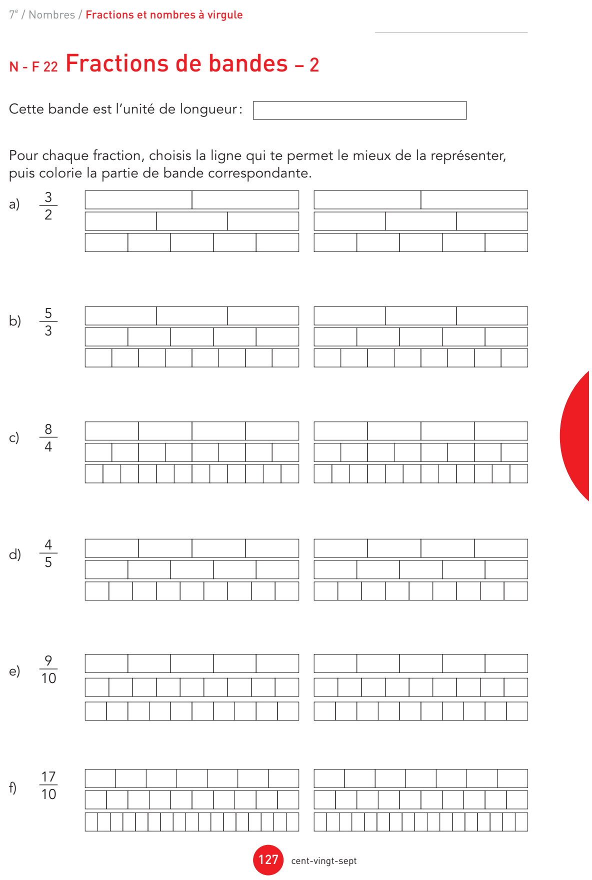
c) $\frac{3}{4}$

d) $\frac{3}{5}$

e) $\frac{1}{5}$

f) $\frac{7}{10}$

123 cent-vingt-trois



7e / Nombres / Fractions et nombres à virgule

N - F 22 Fractions de bandes – 2

Cette bande est l'unité de longueur :

Pour chaque fraction, choisis la ligne qui te permet le mieux de la représenter, puis colorie la partie de bande correspondante.

a) $\frac{3}{2}$

b) $\frac{5}{3}$

c) $\frac{8}{4}$

d) $\frac{4}{5}$

e) $\frac{9}{10}$

f) $\frac{17}{10}$

127 cent-vingt-sept

Connaissances mathématiques

Connaissances, concepts mathématiques en jeu :

Les nombres rationnels $\mathbb{Q}$ peuvent s'écrire $\frac{m}{n}$, avec $m \in \mathbb{Z}$ et $n \neq 0$. Les fractions sont une écriture possible des nombres rationnels où m est appelé *numérateur* et n *dénominateur.* Les nombres représentés sont tous inférieurs à 1 dans *Fractions de bandes* – 1 alors que les fractions inférieures et supérieures cohabitent dans *Fractions de bandes* – 2.

En termes de signification (voir le point 3.3 de l'analyse mathématique), on se trouve ici avec la *partie d'un tout* : une unité de longueur donnée est partagée en n parts équivalentes en fonction du dénominateur (par exemple pour $\frac{1}{2}$ la bande est partagée en deux) et il faut prendre m parts. Dans *Fractions de bandes* – 2, la bande unité est doublée pour représenter des fractions plus grandes que 1. Ce qui va, a priori, dans le sens de la *fraction-mesure*. Qui permet de

représenter des fractions plus grandes que 1. Cependant, comme il y a deux fois la bande unité et non une longueur continue, la signification *partie d'un tout* est prépondérante.
Cette activité fait appel à des connaissances en termes d'équivalence des différentes représentations sémiotiques (bande – écriture sous forme de fraction).

***Connaissances préalables (savoirs et savoir-faire nécessaires pour effectuer la tâche*)** :

- Écriture sous forme de fraction et ce que représentent le numérateur (quantité de parts qu'on prend) et le dénominateur (parties totales).
- Sens des fractions inférieures et supérieures à 1 (pour partie de bande 2).

Apprentissages mathématiques visés :

- *Fractions de bandes* 1 : déterminer (colorier) les parties de bandes dont la longueur est exprimée à l'aide de fractions simples inférieures à 1.
- *Fractions de bandes* 2 : déterminer (colorier) les parties de bandes dont la longueur est exprimée à l'aide de fractions simples inférieures ou supérieures à 1.

Liens avec les objectifs du PER :
MSN 22 – Poser et résoudre des problèmes pour construire et structurer des représentations des nombres rationnels.

Composante 2 : en explorant différentes écritures de nombres et différents systèmes de numération, présents ou passés.

Il n'y a pas de progression des apprentissages en lien. Cependant, on peut considérer l'AV 1 « Une unité étant donnée, construire ou mesurer des bandes ou des surfaces dont la longueur ou l'aire s'exprime à l'aide de fractions simples », dont *Fractions de bandes 1-2* font partie, comme un prérequis pour la suite.

Procédures de résolution au niveau des élèves

Procédures visées :

- Partie 1 : colorier les parties de bande correspondant à la fraction.
- Partie 2 : choisir la bande partagée en fonction du dénominateur puis colorier les parties de bande correspondant à la fraction.

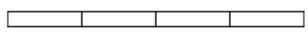
Autre procédure possible :

- Colorier entièrement la bande (les bandes pour la partie 2) puis effacer la différence entre le dénominateur et le numérateur.

Procédures erronées :

- Partie 2 : colorier le nombre de parties correspondant au dénominateur (pour les fractions dont le dénominateur est inférieur au numérateur).
- Partie 2 : Colorier la mauvaise bande (par exemple celle partagée en fonction du numérateur).

Variables didactiques

Variables	***Valeurs***	***Effets sur les procédures/connaissances***
Les figures choisies.	Des bandes.	C'est une « longueur » qui est partagée en fonction du dénominateur. Cela peut amener l'idée de *mesure* dans la signification de la fraction.
	Des surfaces (disques, rectangles, etc.).	La surface est partagée en fonction du dénominateur. Cela peut amener à renforcer la sens de la fraction comme *partie d'un tout.*
Le nombre de bandes à choix.	Une bande à disposition (dont les parts correspondent au dénominateur).	Il n'y a pas de choix à faire.
	Plusieurs bandes à disposition divisées différemment les unes des autres.	Il faut choisir la bande partagée selon le dénominateur (plus complexe).
Partie de bande – 2 : le nombre de bandes par ligne.	Une bande unique. 	Cela donne à voir une longueur partagée en n parts, donne du sens à la signification de *fraction-mesure.*
	Deux bandes qui se suivent. 	Cela renforce la signification *partie d'un tout* en montrant une unité divisée en n parts (même si elle est reproduite plusieurs fois à la suite).
Colorier les parties de bande correspondant à la fraction et inversement.	Écrire la fraction correspondant aux parts coloriées sur la bande.	Écrire le nombre total de parts au dénominateur et le nombre de parts coloriées au numérateur.
	Colorier les parties de bande correspondant à la fraction.	Colorier les parts correspondant au numérateur.
Les bandes sont divisées en parts égales.	Les bandes sont divisées en parts égales selon le dénominateur.	Colorier les parts correspondant au numérateur.
	Les bandes ne sont pas divisées (comme la bande représentant l'unité).	Mesurer la bande puis la diviser en parts en fonction du dénominateur avec de colorier celles qui correspondent au numérateur.
Les fractions sont inférieures ou supérieures à 1.	Les fractions sont inférieures à 1.	Cela renforce la signification de *partie d'un tout.*
	Les fractions sont supérieures à 1.	Cela peut aider à dépasser la signification de *partie d'un tout.*
Le nombre de parts sur les bandes à choix.	Le nombre de parts correspond au numérateur.	Les 3 valeurs ont été choisies pour la partie 2 afin de faire émerger des erreurs caractéristiques de la confusion entre numérateur et dénominateur.
	Le nombre de parts correspond au dénominateur.	
	Le nombre de parts ne correspond ni au numérateur, ni au dénominateur (correspond par exemple à la somme des deux).	

Difficultés et erreurs

<table>
<tr><th></th><th>Difficultés</th><th>Erreurs</th><th>Relances</th></tr>
<tr><td rowspan="5">Mathématiques</td><td rowspan="2">Ce que représente la fraction.

La fraction $\frac{m}{n}$ correspond à la quantité de sous-unités $\frac{1}{n}$ qu'on prend m fois.

Pour colorier le bon nombre de parts, il faut savoir que le nombre de parts totales correspond au dénominateur, et que le nombre de parts à colorier correspond au numérateur.</td><td>Confusion entre numérateur et dénominateur

Colorier le nombre de parts correspondant au dénominateur (surtout dans la 2ème partie avec les fractions supérieures à 1).
P.ex. pour $\frac{3}{2}$, colorier 2 parts au lieu de 3.</td><td rowspan="5">Proposer du matériel tel que des bandes en papier à plier ou des multicubes pour une représentation de la longueur à partager.

Revenir avec l'élève sur le sens du numérateur (quantité de parts qu'on prend) et du dénominateur (parties totales).

Renvoyer l'élève vers l'aide-mémoire AM 26.</td></tr>
<tr><td>Confusion entre numérateur et dénominateur

Partie 2 : colorier la mauvaise bande (une bande dont les parts ne correspondent pas à ce qui est indiqué au dénominateur).</td></tr>
<tr><td>Interprétation des fractions comme partie d'un tout (véhiculée par les activités précédentes telles que parties de bandes) : difficulté à concevoir les fractions supérieures à 1.</td><td>Partie 2 : colorier des parties sur une seule bande et non deux.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Passage d'une représentation sous forme de bande à une représentation en fraction (changement de représentation sémiotique).</td><td>Ne rien colorier / colorier entièrement la bande</td></tr>
<tr><td>Colorier le nombre de parts correspondant au dénominateur.</td></tr>
<tr><td>Matérielle</td><td>La proximité des bandes entre elles (partie 2) peut mener à considérer les bandes par colonne plutôt que par ligne.</td><td>Colorier des bandes en colonnes plutôt qu'en ligne.</td><td>Faire remarquer que les bandes sont à lire par ligne.</td></tr>
<tr><td>Langagière</td><td>La consigne dit « Colorie la partie de bande correspondant à la fraction » ce qui peut inciter l'élève à ne colorier qu'une partie (et non la bonne quantité).</td><td>Colorier une seule partie de la bande.</td><td>Préciser la consigne.</td></tr>
</table>

ANNEXE 9 Analyse préalable de *Deux écritures pour un même nombre* 1 & 2

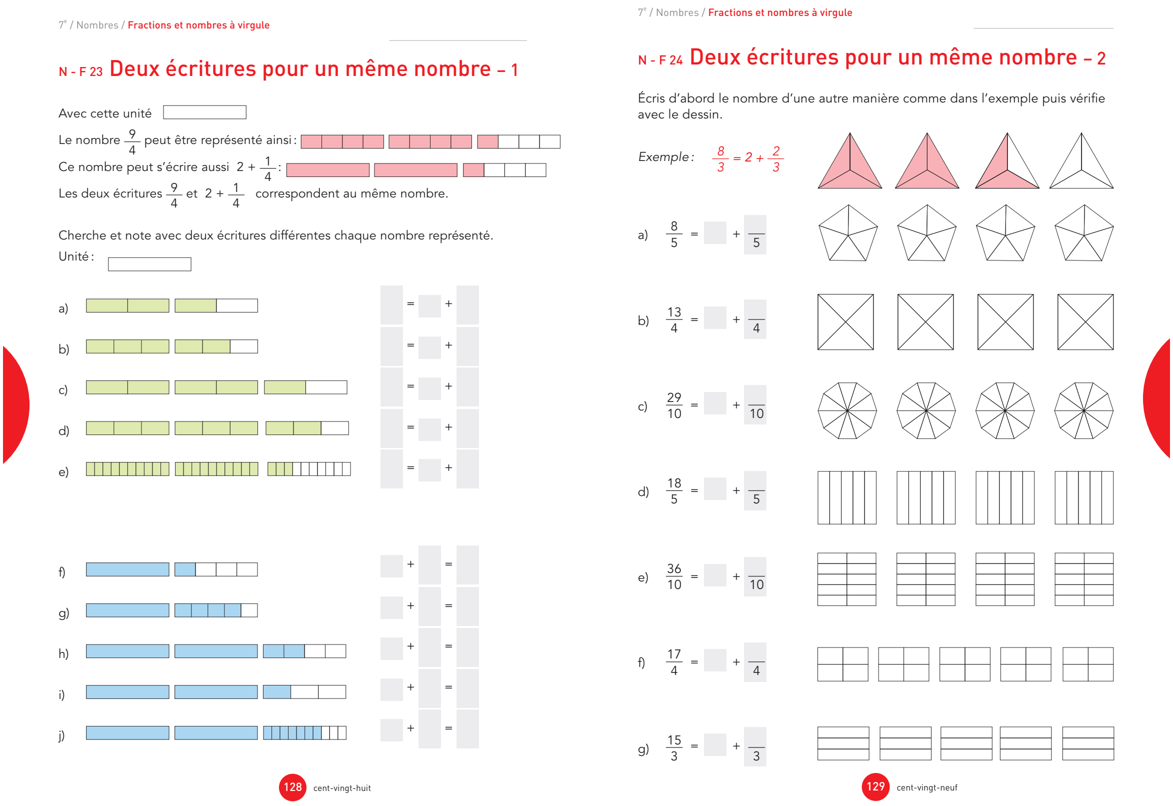
Référence de la tâche

Nom : *Deux écriture pour un même nombre* – 1 et *Deux écriture pour un même nombre* – 2 (CIIP, 2022e, p. 128 et 129)

Degré : 7P

Référence ESPER : N – F23 et N – F24

Planification selon ESPER **:** *Deux écritures pour un même nombre* 1 et 2 sont des activités d'entraînement à effectuer à la fin de l'AV 1, après avoir introduit les fractions inférieures et supérieures à 1 et leurs représentations sous forme de bandes ou de surfaces. Ces activités permettent supposément aux élèves de reconnaître l'équivalence entre une écriture en fraction, fraction « somme » et dessin.



Connaissances mathématiques

Connaissances, concepts mathématiques en jeu :

Les nombres rationnels $\mathbb{Q}$ et peuvent s'écrire $\frac{m}{n}$, avec $m \in \mathbb{Z}$ et $n \neq 0$. Les fractions sont une écriture possible des nombres rationnels où m est appelé *numérateur* et n *dénominateur*. Tous les nombres, dans ces activités, sont plus grands que 1.

En termes de signification (voir le point 3.3 de l'analyse mathématique), on se trouve ici avec deux d'entre elles. D'abord *partie d'un tout* qui implique la division (arbitraire) d'une unité choisie (longueur, aire, etc.) en n parts congruentes et de prendre un nombre m de ces parts. Ce qu'on voit avec les bandes dans *Deux écriture pour un même nombre* 1 et avec les surfaces dans *Deux écriture pour un même nombre* 2. Mais on a aussi ici la *fraction-mesure* car cette

interprétation présente comme bénéfice de permettre la représentation de fractions supérieures à 1. Dans ce cas, on reporte *k* fois l'unité partagées en « sous-unités » choisie pour faciliter la mesure (en $\frac{1}{4}$ par exemple). Ainsi, $\frac{3}{4}$ signifie « de longueur de 3 fois un quart ». Que ce soit dans *Deux écriture pour un même nombre* 1 ou 2, une figure (bande ou surface), divisée en n parts égales, est reproduite *k* fois en fonction de la fraction.
Cette activité fait appel à des connaissances en termes d'équivalence des différents représentations sémiotiques : images (bandes, surfaces) – fractions supérieures à 1 – fractions « somme ».

Connaissances préalables (savoirs et savoir-faire nécessaires pour effectuer la tâche) :

- Écriture sous forme de fraction et ce que représentent le numérateur (quantité de parties qu'on prend) et le dénominateur (en combien de parties congruentes l'unité a été divisée).
- Connaître le sens des fraction inférieures à 1 et supérieures à 1.
- Lire et écrire des nombres entiers sur une droite graduée.
- Lien entre les dessins (bandes, surfaces) et les fractions et fractions « somme ».

Apprentissages mathématiques visés :
Deux écritures pour un même nombre 1 :

- Une unité étant donnée, exprimer la longueur de bandes à l'aide de fractions simples supérieures à 1.
- Utiliser différentes écritures d'un même nombre.

Deux écritures pour un même nombre 2 :

- Colorier des parties de surfaces dont l'aire est exprimée à l'aide de fractions simples supérieures à 1.
- Utiliser différentes écritures d'un même nombre.

Liens avec les objectifs du PER :
MSN 22 – Poser et résoudre des problèmes pour construire et structurer des représentations des nombres rationnels.

Composante 2 : en explorant différentes écritures de nombres et différents systèmes de numération, présents ou passés.

Progressions des apprentissages : reconnaissance d'un nombre sous diverses écritures et établissement de quelques égalités.

Procédures de résolution au niveau des élèves

Procédures visées :
Deux écritures pour un même nombre 1 :
a) à e) : compter combien il y a de parties contenues dans une bande-unité afin de déterminer le dénominateur puis compter le nombre de parties colorées pour déterminer le numérateur (ou inversement). Écrire ensuite la fraction correspondante et la fraction « somme ».

f) à j) : compter le nombre de bandes unités entièrement colorées puis compter le nombre de parts totales et celles colorées dans la dernière bande de la ligne. Ceci permet d'écrire la

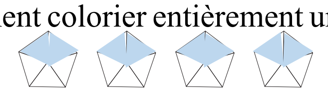
« somme » d'un nombre entier (nombre de bandes entières) et d'une fraction inférieure à 1 (nombre de parts colorées en fonction du nombre de parts totales dans la dernières bande). Écrire ensuite la fraction supérieure à 1 équivalentes à cette somme.

Deux écritures pour un même nombre 2 : à partir de la fraction, compléter la partie « somme » (cases grises) en divisant le numérateur par le dénominateur (« combien de fois on peut mettre *n* dans *m* ») ce qui va donner un nombre entier et un reste. Ce reste sera écrit sous forme de fraction inférieures à 1. Exemple : $\frac{8}{5}$ équivaux à $8 \div 5 \equiv 1$ reste 3 équivaux à $1 + \frac{3}{5}$.

Colorier ensuite les parties des surfaces en fonction correspondant à ce qui a été écrit. Dans l'idéal, colorier entièrement une surface avant de passer à la suivante. Il est aussi possible de commencer par colorier puis écrire la fraction « somme » dans une deuxième temps (ce n'est pas la consigne mais cela pourrait aider certain·es élèves).

Autre procédure possible :

Deux écritures pour un même nombre 2 : Colorier les parties des surfaces en fonction de la fraction mais sans nécessairement colorier entièrement une surface avant de passer à la suivante.

Par exemple pour le a) $\frac{8}{5}$:  $\frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{2}{5} = \frac{8}{5}$

Procédures erronées :

Deux écritures pour un même nombre 1 :

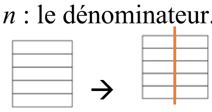
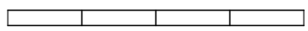
- Écrire le nombre de parts par unité au numérateur et le nombre de parts colorées au dénominateur.
- Pour l'équivalence des écritures chiffrées : reporter le nombre du numérateur pour la partie entière de la somme d'un entier et d'une fraction inférieures à 1. P.ex. : $\frac{5}{2} = 5 + \frac{1}{2}$ ou $\frac{5}{2} = 5 + \frac{0}{2}$.

Deux écritures pour un même nombre 2 :

- Colorier les parts de surfaces en fonction du dénominateur.
- Pour l'équivalence des écritures chiffrées : reporter le nombre du numérateur pour la partie entière de somme d'un entier et d'une fraction inférieures à 1. P.ex. : $\frac{5}{2} = 5 + \frac{1}{2}$ ou $\frac{5}{2} = 5 + \frac{0}{2}$.

Variables didactiques

Variables	***Valeurs***	***Effets sur les procédures/connaissances***
Les fractions sont inférieures ou supérieures à 1.	Les fractions sont inférieures à 1.	Cela renforce la signification de *partie d'un tout.*
	Les fractions sont supérieures à 1.	Cela permet l'émergence de la signification de *mesure.*
Présence de dessins (bandes ou surfaces).	Présence d'un dessin.	Cela permet (éventuellement) de vérifier l'équivalence des fractions. Il y a un lien avec les dessins vus lors des activités précédentes (bandes, surfaces).

	Absence de dessin.	Les élèves ne peuvent pas s'appuyer sur une représentation visuelle pour écrire l'équivalence entre les écritures (fraction et fraction « somme »).
Les figures choisies et leur découpage.	Des bandes (N-*F23*)	C'est une « longueur » qui est partagée en fonction du dénominateur. Amène l'idée de *mesure* dans la signification de la fraction.
	Des surfaces partagées en secteurs circulaires (*N-F24*, surfaces a, b, c). Les parts ont une forme de « triangles ».	C'est l'angle au centre qui est partagé en fonction du dénominateur comme pour un cercle (ressemble aux parts de pizzas). Visualisation de la fraction comme *partie d'un tout.*
	Des rectangles partagés dans la longueur **ou** la largeur. Les parts ont une forme de bandes. (*N-F24,* d et g).	La surface est divisée en fonction du dénominateur pour former des rectangles plus petits (lignes ou colonnes).
	Des rectangles partagés dans la longueur **et** la largeur. Les parts ont une forme de rectangle. (*N-F24,* e et f).	La surface est partagée en *l* parts puis partagée encore en deux pour donner *n* : le dénominateur. 
Le nombre de bandes/surfaces par ligne.	Une bande unique. 	Cela donne à voir une longueur partagée en n parts, donne du sens à la signification de *fraction-mesure.*
	Deux bandes ou plus qui se suivent. 	Cela renforce la signification *partie d'un tout* en montrant une unité divisée en n parts (même si elle est reproduite plusieurs fois à la suite).
	Deux surfaces ou plus qui se suivent. 	Cela renforce la signification *partie d'un tout* en montrant une unité divisée en n parts (même si elle est reproduite plusieurs fois à la suite).[35]
Le nombre de parts par figure (*Deux écritures pour un même nombre* 2)	Le nombre de parts par figure correspond au dénominateur.	Il n'y a pas de choix. Colorier le nombre de parts en fonction de la fraction.
	Plusieurs types de figures à disposition divisées différemment les unes des autres.	Il faut commencer par choisir les figures divisées selon le dénominateur (plus complexe) puis colorier.
Le passage entre dessins et fractions (changement de représentation sémiotique).	Écrire la fraction correspondant à des parts coloriées de bandes (ou de surfaces)	Voir la procédure visée pour *Deux écritures pour un même nombre* 1 ci-dessus (point 3 de cette analyse).
	Colorier des surfaces (ou bandes) en fonction des fractions.	Voir la procédure visée pour *Deux écritures pour un même nombre* 2 ci-dessus (point 3 de cette analyse).
Différentes écritures chiffrées des nombres.	Écrire la fraction.	Dénominateur : compter le nombre de parts contenues dans une unité. Numérateur : compter le nombre de parts coloriées.
	Écrire la fraction « somme ».	Pour les fractions $\frac{m}{n} > 1$: extraire le nombre d'unités entières ($n \times \frac{1}{n} = 1$) par

[35] Par contre, ici, difficile d'imaginer une surface continue. C'est là l'une des limites des représentations en surface.

		division ($\frac{m}{n}$ = m÷ n + reste) puis écrire le reste sous la forme d'une fraction inférieure à 1 après le symbole + (cf. procédure pour *écrire la fraction* ci-dessus). S'il y a des dessins de surfaces : compter combien de surface sont entièrement coloriées (partie entière) puis ajouter après le signe +, la fraction représentant le nombre de parts coloriées sur la surface non entièrement remplie (partie décimale).
	Écrire la fraction « soustraction ».	Par exemple : $\frac{8}{3}$ = 3 - $\frac{1}{3}$ Pour les fractions $\frac{m}{n}$ > 1 : Ajouter une « part » à la fraction pour que m soit un multiple de n > m : $\frac{8}{3}$ + $\frac{1}{3}$ = $\frac{9}{3}$ = 3. Pour rééquilibrer, soustraire la « part » ajoutée (ici $\frac{1}{3}$) à la partie entière trouvée (ici 3). Ce qui donne 3 - $\frac{1}{3}$ = $\frac{8}{3}$ S'il y a des dessins de surfaces : compter combien de surface sont coloriées entièrement ou en partie (partie entière) puis écrire après le signe « – », la fraction représentant le nombre de parts non-coloriées sur la surface non entièrement remplie.
	Écrire le nombre en écriture décimale.	Connaître la valeur d'une part (p.ex. la moitié = 0,5) et la multiplié par la quantité représentée sur le dessin (3 x 0,5 = 1,5). Ou écrire la quantité sous forme de fraction (ou non) et diviser le numérateur par le dénominateur ($\frac{3}{2}$ = 3 ÷ 2 = 1,5).
	Recourir à plusieurs écritures pour un même nombre.	Cela permet de travailler l'équivalence des écritures d'un même nombre.
Présence de cases grises pour écrire les nombres.	Présences de cases grises pour écrire la fraction **ou** la fraction « somme ».	Cela incite à utiliser une certaine écriture du nombre. Ne permet pas p.ex. d'écrire le nombre en écriture décimale (ou sous forme de fraction « soustraction »).
	Présence de case grise pour écrire la fraction **et** la fraction « somme ».	Cela oblige l'élève à utiliser deux formes d'écriture d'un même nombre.
	Aucune case grise.	L'élève choisit l'écriture du nombre.

Difficultés et erreurs

<table>
<tr><th></th><th>Difficultés</th><th>Erreurs</th><th>Relances</th></tr>
<tr><td rowspan="6">Mathématiques</td><td rowspan="2">Ce que représente la fraction.

La fraction $\frac{m}{n}$ correspond à la quantité de sous-unités $\frac{1}{n}$ qu'on prend m fois.
Pour écrire la fraction, il faut savoir que le nombre de parts totales correspond au dénominateur, et que le nombre de parts à colorier correspond au numérateur.</td><td>Partie 1 : écrire le nombre de parts par unité au numérateur et le nombre de parts colorées au dénominateur.</td><td rowspan="6">Proposer du matériel tel que des bandes en papier à plier ou des multicubes pour une représentation la longueur à partager.
Revenir avec l'élève sur le sens du numérateur (quantité de parts « qu'on prend ») et du dénominateur (parties totales) notamment avec du matériel tel que des bandes à plier, des multitubes (partie 1) ou des polydrons (partie 2).
Renvoyer l'élève vers l'aide-mémoire AM 26.
Partie 1 : revenir à l'unité (représentée en haut de la fiche), à son sens.
Partie 2 : Proposer à l'élève de commencer par colorier les surfaces avant d'écrire la somme (entier + fraction).</td></tr>
<tr><td>Partie 2 : colorier le nombre de parts correspondant au dénominateur.</td></tr>
<tr><td>Interprétation des fractions comme partie d'un tout (véhiculée par les activités précédentes telles que parties de bandes) : difficulté à concevoir les fractions supérieures à 1.</td><td>Partie 1 : écrire la fraction correspondant à la valeur d'une partie de bande (p.ex. $\frac{1}{2}$ pour le a)).</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Le passage d'une représentation sous forme d'image (bande, surface) à une représentation en fraction (et inversement).</td><td>Partie 1 : écrire le nombre de parts par unité au numérateur et le nombre de parts colorées au dénominateur.</td></tr>
<tr><td>Partie 2 : colorier le nombre de parts correspondant au dénominateur.</td></tr>
<tr><td>Le passage de l'écriture de fraction à celle de fraction « somme ».</td><td>Reporter le nombre du numérateur pour la partie entière de la fraction « somme ». P.ex. :
$\frac{5}{2} = 5 + \frac{1}{2}$ ou $\frac{5}{2} = 5 + \frac{0}{2}$</td></tr>
<tr><td>Langagière</td><td>Partie 1 : la consigne donne un exemple de bande pour $\frac{9}{4}$ avec toutes les bandes divisées en 4 parties et un exemple pour $2 + \frac{1}{4}$ avec uniquement la 3ème bande divisée en 4 parties tout en précisant que les deux écritures sont équivalentes. Dans l'activité, c'est soit l'une soit l'autre qui est représentée sous forme de bandes.</td><td>Ne pas comprendre le lien entre la représentation en bandes et les deux écritures chiffrées.</td><td>Préciser la consigne.
Montrer un exemple a) et f).</td></tr>
</table>

ANNEXE 10 Analyse préalable de *Codages* et *Décodage*

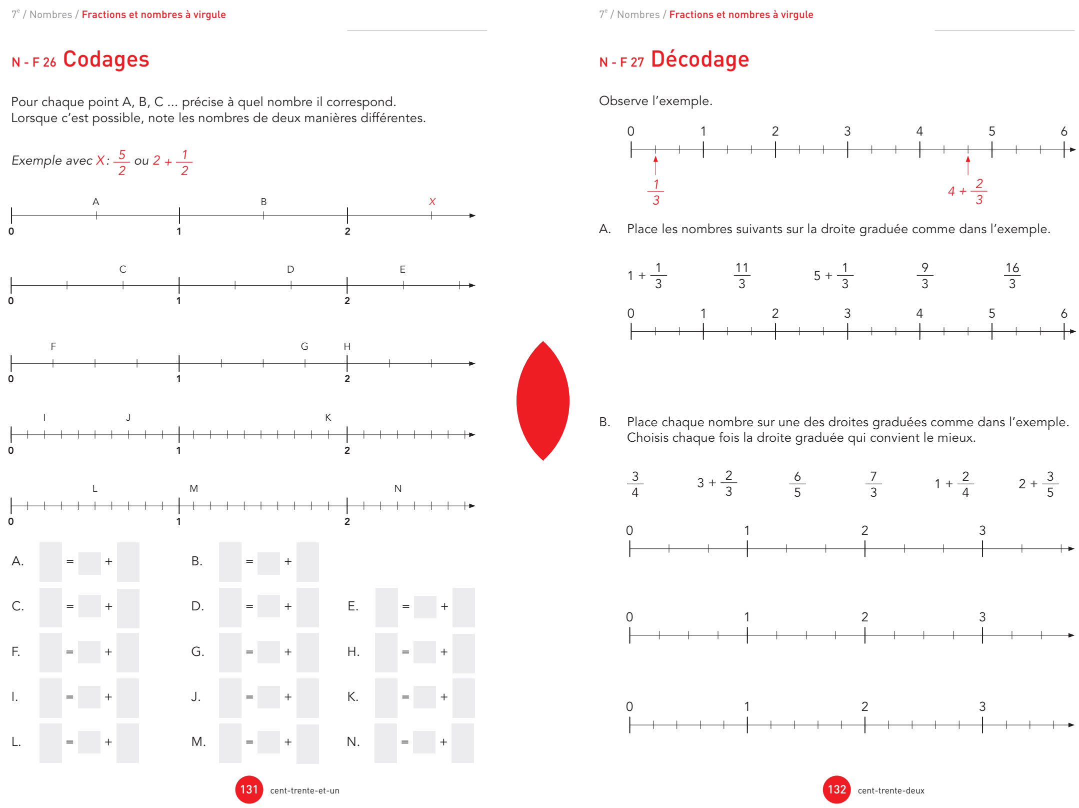
Référence de la tâche

Nom : *Codages* et Décodage (CIIP, 2022e, p. 131 et 132)

Degré : 7P

Référence ESPER : N – F26

***Planification selon ESPER* :** Ces activités se trouvent dans l'AV 2 : représenter et lire des fractions simples sur une droite graduée. Elles sont à faire après l'activité d'introduction N-F25 *Le même trait* qui propose de faire le lien entre la bande et la droite numérique (mais de manière plutôt opaque).



Connaissances mathématiques

Connaissances, concepts mathématiques en jeu :

Les nombres rationnels $\mathbb{Q}$ peuvent s'écrire $\frac{m}{n}$, avec $m \in \mathbb{Z}$ et $n \neq 0$. Les fractions sont une écriture possible des nombres rationnels où *m* est appelé *numérateur* et *n dénominateur*. Dans ces deux activités, il y a un mélange de nombre supérieurs et inférieurs à 1.

En termes de signification (voir le point 3.3 de l'analyse mathématique), on se trouve ici avec la *fraction-mesure* car cette interprétation présente comme bénéfice de permettre la représentation de fractions supérieures à 1. Dans ce cas, on reporte *k* fois l'unité partagées en « sous-unités » choisie pour faciliter la mesure (en $\frac{1}{4}$ par exemple). Ainsi, $\frac{3}{4}$ signifie « de longueur de 3 fois un quart ». Que ce soit dans *Deux écriture pour un même nombre* 1 ou 2, une figure (bande ou surface), divisée en n parts égales, est reproduite *k* fois en fonction de la

fraction. Les droites numériques sont l'un des modèles privilégiés avec l'interprétation de *fraction-mesure* (Kieren, 1976).
Cette activité fait appel à des connaissances en termes d'équivalence des différentes représentations sémiotiques : droite numérique – fractions– fractions « somme ».

Connaissances préalables (savoirs et savoir-faire nécessaires pour effectuer la tâche) :

- Écriture sous forme de fraction et ce que représentent le numérateur (quantité de parties que l'on prend) et le dénominateur (en combien de parties égales l'unité a été divisée).
- Connaître le sens des fractions inférieures à 1 et supérieures à 1.
- Lire et écrire des nombres entiers sur une droite graduée.
- Équivalence des écritures (fraction et fraction « somme » : $\frac{5}{2} = 2 + \frac{1}{2}$)

Apprentissages mathématiques visés :

- Lire des fractions simples sur une droite graduée. (*Codages*)
- Représenter des fractions simples sur une droite graduée. (*Décodage*)
- Utiliser différentes écritures d'un même nombre (fraction et fraction « somme » : $\frac{5}{2} = 2 + \frac{1}{2}$). (*Codages* et *Décodage*)

Liens avec les objectifs du PER :

MSN 22 – Poser et résoudre des problèmes pour construire et structurer des représentations des nombres rationnels.

Composante 2 : en explorant différentes écritures de nombres et différents systèmes de numération, présents ou passés.
Composante 3 : en ordonnant des nombres rationnels, notamment décimaux.

Progressions des apprentissages :

- Représentation et lecture de nombres sur une droite graduée.
- Reconnaissance d'un nombre sous diverses écritures et établissement de quelques égalités.

1. Procédures de résolution au niveau des élèves

Procédures visées :
Codages : compter les intervalles entre 0 et 1 afin de déterminer le dénominateur puis compter le nombre d'intervalles jusqu'à la lettre pour déterminer le numérateur. Écrire ensuite la fraction correspondante et la fraction « somme » pour les fractions supérieures à 1*.

Décodage :

Partie A) : compter les intervalles correspondants au numérateur puis placer la fraction sur la droite à l'aide d'une flèche (la droite est divisée en tiers et toutes les fractions ont 3 au dénominateur). Pour les fractions « somme », compter les unités puis les intervalles restant pour la partie fraction inférieure à 1.

* ESPER précise que la forme fraction « somme » est à écrire uniquement pour les fractions supérieures à 1. Cependant, nous pensons que cela est possible aussi pour les fractions inférieures à 1 en précisant qu'il n'y a pas d'unité entière. Par exemple : $0 + \frac{m}{n}$. Cette idée est renforcée par le fait que, dans l'écriture décimale, il y a bien un 0 à la place de l'unité pour représenter le fait qu'il n'y a pas d'unité comprise entre 1 et 9.

Pour la partie B : sélectionner la droite dont les intervalles (entre 0 et 1 ou entre deux nombres consécutifs) correspondent au dénominateur. Ensuite, c'est la même procédure que pour la partie A.

Autres procédures possibles :
Codages : déterminer le dénominateur (compter les intervalles) puis compter les unités avant de compter les intervalles jusqu'à la lettre (unité + fraction). Écrire ensuite la fraction correspondante et sa forme « somme » pour les fractions supérieures à 1.

Décodage : Choisir une écriture (fraction ou fraction « somme ») et écrire toutes les fractions sous cette forme avant de les placer sur la droite.

Procédures erronées :
Codages :
- Écrire les nombres 0, 1 ou 2 arbitrairement à la place du numérateur ou du dénominateur.
- Mesurer avec une règle.

Décodage :
- Placer les fractions au hasard sur la droite.
- Choisir la mauvaise droite (partie B).

Variables didactiques

Variables	***Valeurs***	***Effets sur les procédures/connaissances***
La graduation des droites entre les unités entières.	Les droites sont graduées entre les unités entières.	Compter les intervalles entre les unités entières.
	Les droites ne sont pas graduées entre les unités entières.	Mesurer (p.ex. à l'aide d'une règle) puis diviser la longueur en parties égales.
La valeur des intervalles entre les unités entières.	L'unité est partagée en demis, tiers ou quarts (fractions simples).	Cela facilite le comptage.
	L'unité est partagée en dixièmes.	Le comptage est plus difficile (risque d'erreurs de comptage).
Le placement des lettres.	Les lettres sont placées sur les graduations.	Il y a la possibilité de compter les intervalles pour déterminer la fraction.
	Les lettres ne sont pas placées sur les graduations.	Cela évite le comptage des intervalles. Cela met l'accent sur l'égalité des intervalles.
Les fractions sont inférieures ou supérieures à 1.	Inférieure à 1.	Cela renforce la notion de *partie d'un tout.*
	Supérieure à 1.	Cela permet l'émergence de la notion de *mesure.*
Lire ou placer les fractions sur une droite numérique.	Écrire la fraction correspondant à son emplacement sur une droite numérique.	Voir la procédure visée pour *Codages* ci-dessus (point 3 de cette analyse).
	Placer les fractions sur une droite numérique.	Voir la procédure visée pour *Décodage* ci-dessus (point 3 de cette analyse).
Le nombre de droites à disposition.	Une droite à disposition (dont les intervalles correspondent au dénominateur).	Pas de choix.

	Plusieurs droites différentes à disposition (avec des intervalles différents).	Choisir la droite dont les intervalles correspondent au dénominateur (plus complexe).
Les différentes écritures chiffrées des nombres.	Écrire la fraction.	Dénominateur : compter le nombre de parts contenues dans une unité. Numérateur : compter le nombre de parts coloriées.
	Écrire la fraction « somme ».	Pour les fractions $\frac{m}{n} > 1$: extraire le nombre d'unités entières (n x $\frac{1}{n} = 1$) par division ($\frac{m}{n} = m \div n$ + reste) puis écrire le reste sous la forme d'une fraction inférieure à 1 après le symbole + (cf. procédure pour *écrire la fraction* ci-dessus). S'il y a des dessins de surfaces : compter combien de surface sont entièrement coloriées (partie entière) puis ajouter après le signe +, la fraction représentant le nombre de parts coloriées sur la surface non entièrement remplie (partie décimale).
	Écrire la fraction « soustraction ».	Par exemple : $\frac{8}{3} = 3 - \frac{1}{3}$ Pour les fractions $\frac{m}{n} > 1$: Ajouter une « part » à la fraction pour que m soit un multiple de $n > m$: $\frac{8}{3} + \frac{1}{3} = \frac{9}{3} = 3$. Pour rééquilibrer, soustraire la « part » ajoutée (ici $\frac{1}{3}$) à la partie entière trouvée (ici 3). Ce qui donne $3 - \frac{1}{3} = \frac{8}{3}$ S'il y a des dessins de surfaces : compter combien de surface sont coloriées entièrement ou en partie (partie entière) puis écrire après le signe « – », la fraction représentant le nombre de parts non coloriées sur la surface non entièrement remplie.
	Écrire le nombre en écriture décimale.	Connaître la valeur d'une part (p.ex. la moitié = 0,5) et la multiplié par la quantité représentée sur le dessin (3 x 0,5 = 1,5). Ou écrire la quantité sous forme de fraction (ou non) et diviser le numérateur par le dénominateur ($\frac{3}{2} = 3 \div 2 = 1{,}5$).
	Recourir à plusieurs écritures pour un même nombre.	Cela permet de travailler l'équivalence des écritures d'un même nombre.
La présence de cases grises pour écrire les nombres.	Présence de cases grises pour écrire la fraction **ou** la fraction « somme »	Cela incite à utiliser une certaine écriture du nombre. Ne permet pas p.ex. d'écrire le nombre en écriture décimale (ou sous forme de fraction « soustraction »).
	Présence de case grise pour écrire la fraction **et** la fraction « somme »	Cela oblige l'élève à utiliser deux formes d'écriture d'un même nombre.
	Aucune case grise	L'élève choisit l'écriture du nombre.

Difficultés et erreurs

<table>
<tr><th></th><th>Difficultés</th><th>Erreurs</th><th>Relances</th></tr>
<tr><td rowspan="7">Mathématiques</td><td>Dénombrement</td><td>Ne pas dénombrer correctement le nombre d’intervalles.</td><td>Proposer à l’élève de vérifier sa réponse.
Compter avec l’élève.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Ce que représente la fraction.

Ici, la fraction correspond à la distance m (depuis le point 0) en fonction de sous-unités $\frac{1}{n}$.
Pour écrire la fraction, il faut savoir que le nombre d’intervalles entre 0 et 1 correspond au dénominateur, et compter les intervalles jusqu’à la position du point n pour connaître le numérateur.</td><td>Compter correctement les intervalles, mais inverse numérateur et dénominateur lors de l’écriture des fractions (Codages) ou pour les placer sur la droite (Décodage).</td><td rowspan="6">Revenir sur le sens du dénominateur (nombre d’intervalles entre unités) et du numérateur (nombre d’intervalles jusqu’au point n).
Proposer des bandes de la longueur d’une unité (1) et tracer, si besoin, une marque tous les $\frac{m}{n}$ (notamment pour faire le lien entre fraction et fraction « somme »). Éventuellement plier la bande à chaque intervalle pour faire le lien avec des activités précédentes.
(Renvoyer l’élève vers l’aide-mémoire AM 26).</td></tr>
<tr><td>Écrire la fraction sur la mauvaise droite (les intervalles ≠ dénominateur) (Décodage, partie B)</td></tr>
<tr><td>Passage de l’écriture sous forme de fraction à celle de fraction « somme » (unité et fraction pour la partie inférieure à 1).</td><td>Reporter le nombre du numérateur pour la partie entière de la fraction « somme ». P.ex. :
$\frac{5}{2} = 5 + \frac{1}{2}$ ou $\frac{5}{2} = 5 + \frac{0}{2}$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Passage d’une représentation sous forme de droite numérique à une représentation sous forme de fraction.</td><td>Ne rien écrire, ne pas placer de fractions sur la droite.</td></tr>
<tr><td>Inverser numérateur et dénominateur lors de l’écriture des fractions (Codages) ou pour les placer sur la droite (Décodage).</td></tr>
<tr><td>Interprétation des fractions comme partie d’un tout (véhiculée par les activités précédentes telles que Parties de bandes) : difficulté à concevoir les fractions supérieures à 1.</td><td>Écrire systématiquement des fractions inférieures à 1 en fonction de l’intervalle. P.ex. pour le point D de la partie 1 : la droite est partagée en intervalles de $\frac{1}{3}$. Le point D est sur le 2$^{\text{ème}}$ intervalle entre 1 et 2. L’élève écrit $\frac{2}{3}$ au lieu de $\frac{5}{3}$.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Langagière</td><td>L’utilisation du mot « nombre » dans la consigne pour désigner les fractions.</td><td>Écrire des nombres entiers à la place de fractions.</td><td rowspan="2">S’assurer que les élèves ont compris qu’une fraction est une écriture d’un nombre.
Donner un exemple.</td></tr>
<tr><td>Consigne Décodage, partie B : « Choisis la droite graduée qui convient le mieux ».</td><td>Placer toutes les fractions sur la même droite ou place aléatoirement les fractions sur les droites.</td></tr>
<tr><td>Matérielle</td><td>Espace à disposition pour écrire les fractions (Décodage).</td><td>La fraction est décalée par rapport à sa position sur la bande.</td><td>Imprimer la fiche en A3.</td></tr>
</table>

ANNEXE 11 Canevas d’entretien semi-directif

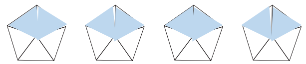
<table>
<tr><th colspan="5">Canevas d’entretien semi-directif
(durée totale approximative : 45 minutes)</th></tr>
<tr><th></th><th>Thème
Timing approximatif</th><th>Questions</th><th>Relances</th><th>Points d’attention</th></tr>
<tr><td>Partie 1</td><td>Introduction
5 minutes</td><td>Parlons des fractions et voici une première question.
Supposons qu’un élève te demande ce qu’est une fraction. Que lui réponds-tu ?[36]
(Donner une feuille avec la question pour que l’enseignant·e puisse écrire ou dessiner).</td><td>Tu peux dessiner ou écrire si tu veux.</td><td>Partie d’un tout, mesure, ratio, quotient, opérateur.
Les fractions sont une écriture possible des nombres rationnels.
Lien fraction – code à virgule.
Représentations sémiotiques.</td></tr>
</table>

[36] Traduit de Reeder & Utley, 2017, p.310.

	Thème *Timing approximatif*	Questions	Relances	Points d'attention
Partie 2	**L'enseignement des fractions** *10 minutes* (*Pour l'ensemble de la partie 2*)	Parlons plus spécifiquement de l'enseignement des fractions. Comment as-tu l'habitude de t'y prendre pour ce sujet ?	Est-ce que tu utilises ESPER pour les fractions ? Ce matériel ? (*Montrer le plan de ce chapitre, le livre, les fiches, les jeux, les bandes papiers*) Si oui : partie 2.a. Sinon : partie 2.b.	Les fractions sont une écriture possible des nombres rationnels. Partie d'un tout, mesure, ratio, quotient, opérateur ? Liens avec l'introduction des décimaux et du code à virgule. Différentes représentations sémiotiques des fractions.
Partie 2.a.	**L'enseignant·e utilise ESPER**	Qu'est-ce qui a changé pour toi avec ce nouveau moyen (temps, méthode, types d'activités, etc.) ? Comment as-tu travaillé ce chapitre avec les élèves ? Quelles activités as-tu choisies ?	As-tu tenu compte de l'ordre des AV ? Et à l'intérieur des AV ? Sur quoi as-tu passé plus/moins de temps avec les élèves ? Quelles sont les éléments que les élèves doivent comprendre et/ou retenir selon toi ? Quelles activités as-tu trouvées plus (moins) intéressantes ? Est-ce que certaines étaient plus difficiles que d'autres pour les élèves ?	Fraction comme une écriture possible des nombres rationnels. Fractions partie d'un tout, mesure. Différentes représentations sémiotiques des fractions. Partie d'un tout, mesure, ratio, quotient, opérateur ? Biais des nombres entiers.
Partie 2.b.	**L'enseignant·e n'utilise pas ESPER**	Qu'est-ce qui ne te convient pas dans ce moyen (ESPER) ? Comment as-tu fait ?	Quel matériel as-tu utilisé ? Quels étaient tes objectifs ? Sur quoi as-tu passé plus/moins de temps avec les élèves ? Quelles sont les éléments que les élèves doivent comprendre et/ou retenir selon toi ? Quelles difficultés ont rencontré les élèves ?	

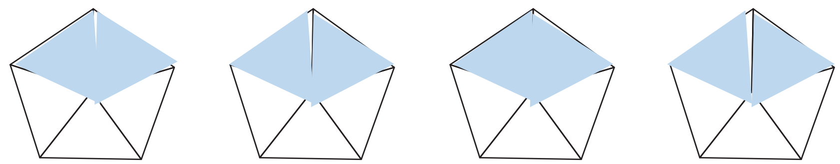
	Thème ***Timing approximatif***	**Questions**	**Relances**	**Points d'attention**
Partie 3	**Quelques activités dans ESPER 7P** *40 minutes* (*Pour l'ensemble de la partie 3*)	Voici quelques activités du chapitre « Fractions et nombre à virgule » ESPER 7P. (*Montrer toutes les activités de la partie 3*) Est-ce qu'il y en a que tu connais ?	Est-ce qu'il y a une activité par laquelle tu aimerais commencer ?	Laisser l'enseignant·e choisir l'activité par laquelle commencé.
Partie 3.a.	**Fractions de bandes 1 & 2** *10-15 minutes*	Est-ce que tu as utilisé ces activités pour travailler les fractions avec les élèves ? **Si oui :** comment cela s'est passé lors de la préparation ? Et en classe avec les élèves ? **Sinon :** Prenons un instant pour les découvrir (*laisser le temps à l'enseignant·e de prendre connaissance des activités).* Est-ce qu'il y a des éléments qui te semblent intéressants ou te questionnent ?	Quelles sont les similitudes / différences entre les deux activités ? Est-ce que les élèves ont lié ces activités avec d'autres faites précédemment ? À quel moment as-tu planifié ces activités ? à la suite l'une de l'autre ? Quelles est l'objectif ? Quel savoir mathématiques est travaillé dans cette activité ? En termes de procédures, comment les élèves ont-ils fait ? Est-ce que tu vois d'autres procédures possibles ? Quelles difficultés pour les élèves as-tu observées ? Est-ce qu'il y a des éléments que tu aurais modifié ?	Liens avec les activités de pliage (*Partie de bandes* p.ex.) Différence entre les fractions < 1 et > 1. Partie d'un tout, mesure. Le nombre de bandes à disposition et leur division en parts égales (correspondant au numérateur, dénominateur ou à la somme des deux). Confusion entre numérateur et dénominateur. Changement de représentation sémiotique (bandes – fractions).

Partie 3.b.	**Codages et Décodage** *10-15 minutes*	Est-ce que tu as utilisé ces activités pour travailler les fractions avec les élèves ? **Si oui :** comment cela s'est passé lors de la préparation ? Et en classe avec les élèves ? **Sinon :** Prenons un instant pour les découvrir (*laisser le temps à l'enseignant·e de prendre connaissance des activités).* Est-ce qu'il y a des éléments qui te semblent intéressants ou te questionnent ?	Quelles sont les similitudes / différences entre les deux activités ? Est-ce que les élèves ont lié ces activités avec d'autres faites précédemment ? À quel moment as-tu planifié ces activités ? à la suite l'une de l'autre ? Quelles est l'objectif ? Quel savoir mathématiques est travaillé dans cette activité ? En termes de procédures, comment les élèves ont-ils fait ? Est-ce que tu vois d'autres procédures possibles ? Quelles difficultés pour les élèves as-tu observées ? Est-ce qu'il y a des éléments que tu aurais modifié ?	Différence entre les fractions < 1 et > 1. Changement de représentation sémiotique (bandes, surfaces, droites numériques). Lien avec la mesure. Fraction - fraction décomposée et lien avec le code à virgule. Valeur des intervalles. Choix de la droite (qu'est-ce que ça montre ?). Confusion entre numérateur et dénominateur. Passage de l'écriture sous forme de fraction à la fraction décomposée.

Partie 3.c.	**Deux écritures pour une même nombre 1 & 2** *10-15 minutes*	Est-ce que tu as utilisé ces activités pour travailler les fractions avec les élèves ? **Si oui :** comment cela s'est passé lors de la préparation ? Et en classe avec les élèves ? **Sinon :** Prenons un instant pour les découvrir (*laisser le temps à l'enseignant·e de prendre connaissance des activités)*. Est-ce qu'il y a des éléments qui te semblent intéressants ou te questionnent ?	Quelles sont les similitudes / différences entre les deux activités ? Est-ce que les élèves ont lié ces activités avec d'autres faites précédemment ? À quel moment as-tu planifié ces activités ? à la suite l'une de l'autre ? Quelles est l'objectif ? Quel savoir mathématiques est travaillé dans cette activité ? En termes de procédures, comment les élèves ont-ils fait ? Est-ce que tu vois d'autres procédures possibles ? Voici la production d'un élève. Qu'en penses-tu ?  Quelles difficultés pour les élèves as-tu observées ? Est-ce qu'il y a des éléments que tu aurais modifié ?	Différence entre les fractions < 1 et > 1. Changement de représentation sémiotique (bandes – fraction ou surface – fraction) Écrire la fraction et sa décomposition (lien avec n x $\frac{1}{n} = 1$) Confusion entre numérateur et dénominateur.
Partie 4	**Conclusion** *2 minutes*	Est-ce que tu aurais quelque chose à ajouter ? Est-ce que tu as des questions ? Remerciements.	-	-

Supposons qu'un élève te demande ce qu'est une fraction. Que lui réponds-tu ?

Voici la production d'un élève. Qu'en penses-tu ?



Haute école pédagogique
UER — Didactiques des mathématiques et des sciences de la nature
Avenue de Cour 33 — CH 1014 Lausanne
www.hepl.ch

ANNEXE 12 Formulaire de consentement de participation

INFORMATION AUX PARTICIPANT·ES ET CONSENTEMENT DE PARTICIPATION

1. Cadre

a. Cette recherche a lieu dans le cadre d'un mémoire de fin d'études de *Master* en didactique (HEP Vaud, 2Cr2D) qui traite de l'enseignement des fractions en 7P.

b. Le code d'éthique de la recherche pour les Hautes Écoles Pédagogiques est respecté (https://www.hepl.ch/files/live/sites/files-site/files/recherche/grants-office/code-ethique-recherche-rd-2002-hep-vaud.pdf).

c. Ce contrat est conclu entre la chercheuse et le/la participant·e.

2. Modalités

a. L'enseignant·e participe à un entretien d'une heure environ qui sera enregistré (audio).

b. D'autres données pourront être recueillies au cours de l'entretien (questionnaire, traces écrites telles que des notes, dessins, etc.).

c. L'enregistrement sera transcrit et les données analysées dans le cadre du mémoire de recherche.

3. Confidentialité

Les données audios seront exploitées en respectant le code éthique imposé en matière de recherche. Lors du traitement des données, le plus complet anonymat des personnes sera garanti. En particulier :

a. L'identité de l'enseignant·e sera modifiée (code).

b. Aucun renseignement ne permettra d'identifier les participant·es.

4. Utilisation des données

a. Aucun usage des enregistrements audios ne sera fait en dehors de la réalisation du mémoire de recherche.

b. Les enregistrements audios seront détruits après la fin de la recherche si leur conservation ne s'impose pas pour des raisons scientifiques.

c. Les transcriptions pourraient être utilisées à des fins scientifiques et à la publication des résultats de la recherche dans des revues ou livres scientifiques, étant entendu que les données resteront anonymes et qu'aucune information ne sera donnée sur l'identité des participant·es.

d. Les transcriptions pourraient être utilisées à des fins pédagogiques (cours et séminaires de formation), étant entendu que les données resteront anonymes et qu'aucune information ne sera donnée sur l'identité des participant·es.

e. La chercheuse s'engage à une restitution des résultats de la recherche auprès des participant·es. En particulier, si l'enseignant·e le souhaite, un exemplaire (version électronique) du mémoire lui sera fourni.

Haute école pédagogique
UER — Didactiques des mathématiques et des sciences de la nature
Avenue de Cour 33 — CH 1014 Lausanne
www.hepl.ch

ENGAGEMENT DU PARTICIPANT/ DE LA PARTICIPANTE

Sur la base des informations qui précèdent, je confirme mon accord pour participer à la recherche.

- J'autorise l'utilisation des données à des fins scientifiques et la publication des résultats de la recherche dans des revues ou livres scientifiques, étant entendu que les données resteront anonymes et qu'aucune information ne sera donnée sur mon identité. ☐ OUI ☐ NON
- J'autorise l'utilisation des données à des fins pédagogiques (cours et séminaires de formation), étant entendu que les données resteront anonymes et qu'aucune information ne sera donnée sur mon identité. ☐ OUI ☐ NON
- J'ai choisi volontairement de participer à cette recherche. J'ai été informé·e du fait que je peux me retirer en tout temps sans fournir de justification. ☐ OUI ☐ NON

Nom : .... Prénom : ....

Date : .... Signature : ....

ENGAGEMENT DE LA CHERCHEUSE

L'information qui figure sur ce formulaire de consentement et les réponses que j'ai données au participant/ à la participante décrivent avec exactitude le projet.

Je m'engage à procéder à cette étude conformément aux normes éthiques concernant les projets de recherche impliquant des participants humains, en application du *Code d'éthique de la recherche pour les Hautes Écoles Pédagogiques.*

Je m'engage à ce que le participant/ la participante à la recherche reçoive un exemplaire de ce formulaire de consentement.

Layla Ayari

Lausanne, le 20 mars 2024

ANNEXE 13 Codes et indicateurs pour les *Mathematical Knowledge for Teaching* MKT (Clivaz & Ni Shuilleabhain, 2019, p. 435)[37]

CODES Intitulés			Indicateurs
MKT Les connaissances mathématiques pour l' enseignement	SMK Les connaissances du sujet	CCK Les connaissances mathématiques communes	*Effectuer une tâche mathématique*
			Utiliser des symboles ou du vocabulaire mathématiques
			Déterminer si une solution, une définition, une représentation … est correcte
		HCK Les connaissances de l'horizon mathématique	*Envisager d'autres utilisations d'un savoir mathématique*
			Envisager un objectif ultérieur d'un savoir mathématique
		SCK Les connaissances mathématiques spécifiques à l'enseignement	*Recherche de schémas dans les erreurs d'un élève*
			Évaluer si une approche non conventionnelle fonctionnerait en général
			Analyse approfondie des mathématiques
			Comprendre et déterminer différentes interprétations d'un concept/d'une technique
			Parler explicitement de l'utilisation du langage mathématique
			Choisir, créer et utiliser des représentations mathématiques avec efficacité
			Expliquer et justifier des idées mathématiques
			Analyser/construire des exemples ayant des caractéristiques mathématiques
			Déterminer si un concept ou une règle mathématique est une convention ou une nécessité mathématique
	PCK Les connaissances pédagogiques	KCT Les connaissances du contenu et de l'enseignement du sujet	*Séquencer un contenu mathématique*
			Identifier ou développer des activités d'apprentissage
			Choisir des modèles, des représentations, des exemples et des procédures qui soutiennent le développement de la compréhension des mathématiques
			Anticiper/analyser la réaction des enseignant·es aux réponses ou difficultés des élèves
			Anticiper/analyser les actions des enseignant·es en lien avec le contenu mathématique
			Partager ou comparer des représentations et des procédures en lien avec l'enseignement
			Choisir un langage, des analogies ou des métaphores mathématiquement adéquates
		KCS Les connaissances des élèves et de l'apprentissage du sujet	*Identifier les connaissances ou l'apprentissage des élèves*
			Identifier les difficultés des élèves ou leurs conceptions erronées
			Anticiper les réponses mathématiques des élèves
			Repérer et interpréter la signification mathématique des réponses des élèves
			Choisir un exemple que les élèves trouveront intéressant et motivant
			Choisir des questions et des tâches qui mettent en évidence des conceptions erronées
		KCC Les connaissances du programme et des moyens d'enseignement	*Lier les connaissances mathématiques au programme scolaire (peut être implicite)*
			Lier les connaissances mathématiques à une tâche particulière (dans les manuels ou autres)
			Connaissances longitudinales du programme et des moyens d'enseignement
			Connaissances verticales du programme et des moyens d'enseignement

[37] La traduction des intitulés des codes est de Clivaz (2011), celle des indicateurs est la nôtre.

ANNEXE 14 Codes et indicateurs pour les nombres rationnels et les fractions (NRF)

CODES Intitulés			**Indicateurs** Vocabulaire utilisé, idées émises
ReSe Les représentations sémiotiques des nombres rationnels	ReSe-Fraction Représentations sémiotiques : *fraction*		*Faire référence ou utilisé l'écriture sous forme de fraction :* $\frac{m}{n}$*, m/n* *Utiliser ou parler de la barre de fraction, le numérateur, le dénominateur, le nombre (chiffre) du haut, le nombre (chiffre) du bas.*
	ReSe-Fsomme Représentations sémiotiques : *fraction « somme »*		*Faire référence ou utilisé l'écriture sous forme de somme d'une partie entière plus une fraction* $k + \frac{m}{n}$*, où k est un nombre entier.* *Utiliser ou parler de la somme d'une partie entière plus une fraction, du signe « + », plus, « partie entière* $+ \frac{m}{n}$ *».*
	ReSe-Ecriture Représentations sémiotiques : *écriture décimale*		*Utiliser ou parler de nombres à virgule, virgule, nombre décimal, écriture décimale, code décimal, code à virgule.*
	ReSe-Langage Représentations sémiotiques : *langage, les « mots-nombres »*		*Utiliser ou parler des mots tels que moitié, tiers, quart, (nombre) -ième., etc.*
	ReSe-Visuelle Représentations sémiotiques : *les représentations visuelles* (illustrations, images, dessin, etc.)	ReSe-Vdisques *Disques (surfaces)*	*Utiliser ou parler de ronds, cercles, disques, (parts de) pizza, (parts de) gâteau, (parts de) tarte, n-gone divisé en secteurs circulaires, surfaces ou aires associées à un disque.*
		ReSe-Vrectangles *Surface de type rectangle, carré*	*Utiliser ou parler de carrés, rectangles, surfaces ou aires associées à un rectangle ou un carré.*
		ReSe-Vbandes *Bande*	*Utiliser ou parler de bande, barre.*
		ReSe-Vdroites *Droites numériques*	*Utiliser ou parler droites, droites numériques, droites graduées.*
		ReSe-Vautres *Représentations visuelles non spécifiées ou autres représentations visuelles*	*Le type d'image n'est pas spécifié (image, illustration, dessin, etc.)* *Autres images (p.ex. bonbons, ballons, biles, etc.)*
SiFr Les significations des fractions	SiFr-Partie *Fraction-partie d'un tout*		*Faire référence à : partie d'un tout, parts, partie, surface partagée.* *Éventuellement en lien avec le disque, la pizza, etc.*
	SiFr-Mesure *Fraction-mesure*		*Faire référence à : mesure, mesurer, longueur, distance,* *Éventuellement en lien avec la bande, la droite numérique.*
	SiFr-Ratio *Fraction-ratio*		*Faire référence à : ratio, proportionnalité, proportionnel, scalaire, relation entre deux quantités.*
	SiFr-Quotient *Fraction-quotient*		*Faire référence à : quotient, division, diviser, opération.*
	SiFr-Opérateur *Fraction-opérateur*		*Faire référence à : opérateur, agrandir, rétrécir.*

ANNEXE 15 Tableaux des cooccurrences entre les représentations sémiotiques (ReSe) au total et en fonction de chaque enseignante

TOTAL

Liste de codes	ReSe-Vautres	ReSe-Vdroites	ReSe-Vbandes	ReSe-Vrectangles	ReSe-Vdisques	ReSe-Langage	ReSe-Ecriture	ReSe-Fsomme	ReSe-Fraction	SUM
ReSe-Vautres							1	2	2	5
ReSe-Vdroites			8	4	1		16	9	19	57
ReSe-Vbandes		8		1	2	1	1	4	22	39
ReSe-Vrectangles		4	1			2	9	3	5	24
ReSe-Vdisques		1	2					1	12	16
ReSe-Langage			1	2			4		4	11
ReSe-Ecriture	1	16	1	9		4		10	25	66
ReSe-Fsomme	2	9	4	3	1		10		26	55
ReSe-Fraction	2	19	22	5	12	4	25	26		115
Σ SUM	5	57	39	24	16	11	66	55	115	388

E1

Liste de codes	ReSe-Vautres	ReSe-Vdroites	ReSe-Vbandes	ReSe-Vrectangles	ReSe-Vdisques	ReSe-Langage	ReSe-Ecriture	ReSe-Fsomme	ReSe-Fraction	SUM
ReSe-Vautres										0
ReSe-Vdroites							2			2
ReSe-Vbandes										0
ReSe-Vrectangles							2	1	1	4
ReSe-Vdisques									2	2
ReSe-Langage										0
ReSe-Ecriture		2		2				1	1	6
ReSe-Fsomme				1			1		3	5
ReSe-Fraction				1	2		1	3		7
Σ SUM	0	2	0	4	2	0	6	5	7	26

E2

Liste de codes	ReSe-Vautres	ReSe-Vdroites	ReSe-Vbandes	ReSe-Vrectangles	ReSe-Vdisques	ReSe-Langage	ReSe-Ecriture	ReSe-Fsomme	ReSe-Fraction	SUM
ReSe-Vautres								2	2	4
ReSe-Vdroites			3	2			5	4	2	16
ReSe-Vbandes		3			2			2	6	13
ReSe-Vrectangles		2				2	4	2	2	12
ReSe-Vdisques			2					1		3
ReSe-Langage				2			3		2	7
ReSe-Ecriture		5		4		3		6	10	28
ReSe-Fsomme	2	4	2	2	1		6		8	25
ReSe-Fraction	2	2	6	2		2	10	8		32
Σ SUM	4	16	13	12	3	7	28	25	32	140

E3

Liste de codes	ReSe-Vautres	ReSe-Vdroites	ReSe-Vbandes	ReSe-Vrectangles	ReSe-Vdisques	ReSe-Langage	ReSe-Ecriture	ReSe-Fsomme	ReSe-Fraction	SUM
ReSe-Vautres							1			1
ReSe-Vdroites							1	3	5	9
ReSe-Vbandes						1			3	4
ReSe-Vrectangles										0
ReSe-Vdisques									2	2
ReSe-Langage			1				1		2	4
ReSe-Ecriture	1	1				1			3	6
ReSe-Fsomme		3							8	11
ReSe-Fraction		5	3		2	2	3	8		23
Σ SUM	1	9	4	0	2	4	6	11	23	60

E4

Liste de codes	ReSe-Vautres	ReSe-Vdroites	ReSe-Vbandes	ReSe-Vrectangles	ReSe-Vdisques	ReSe-Langage	ReSe-Ecriture	ReSe-Fsomme	ReSe-Fraction	SUM
ReSe-Vautres										0
ReSe-Vdroites			2	2			6	2	7	19
ReSe-Vbandes		2		1			1		5	9
ReSe-Vrectangles		2	1				3		2	8
ReSe-Vdisques									3	3
ReSe-Langage										0
ReSe-Ecriture		6	1	3				1	7	18
ReSe-Fsomme		2					1		3	6
ReSe-Fraction		7	5	2	3		7	3		27
Σ SUM	0	19	9	8	3	0	18	6	27	90

E5

Liste de codes	ReSe-Vautres	ReSe-Vdroites	ReSe-Vbandes	ReSe-Vrectangles	ReSe-Vdisques	ReSe-Langage	ReSe-Ecriture	ReSe-Fsomme	ReSe-Fraction	SUM
ReSe-Vautres										0
ReSe-Vdroites			3		1		2		5	11
ReSe-Vbandes		3						2	8	13
ReSe-Vrectangles										0
ReSe-Vdisques		1							5	6
ReSe-Langage										0
ReSe-Ecriture		2						2	4	8
ReSe-Fsomme			2				2		4	8
ReSe-Fraction		5	8		5		4	4		26
Σ SUM	0	11	13	0	6	0	8	8	26	72

ANNEXE 16 Transcription de l'entretien avec E1

1	**L:** Alors merci beaucoup...
2	**E1:** C'est avec plaisir
3	**L:** ...d'avoir accepté de faire cet entretien. Ce que je n'ai pas dit avant, c'est que ça va durer maximum 1 h.
4	**E1:** Pas de souci.
5	**L:** Ok, alors on s'y met et parlons des fractions.
6	**E1:** D'accord, je suis en plein dedans en plus.
7	**L:** En plus, t'es en plein dedans. Et imaginons qu'un élève, peut être que ça t'est arrivé. Imaginons qu'un élève te demande ce qu'est une fraction. Qu'est-ce que, qu'est-ce que tu lui réponds ?
8	**E1**: Je lui dit que ben en fait, c'est heu...
9	**L**: J'ai la question, là, si tu veux écrire ou dessiner des choses que tu lui montrerais.
10	**E1**: Ok. Donc une fraction heu ... Comment je lui expliquerais, c'est que en fait c'est que c'est l'opération qui est concernée, ben en fait c'est la division. Et que, sauf que la fraction on écrit pas comme une division. Enfin comme ce qu'on a l'habitude de faire en colonne mais c'est... En fait tu dois mettre une barre. Et puis ben je lui montre en fait sous quelle forme on écrit cette division-là. Et pourquoi... Et c'est pour ça qu'on appelle une fraction aussi. Puis j'explique numérateur nuage, dénominateur, dynamite en bas. Du coup, ce qui est en bas, puis après, en fait, je prends vraiment les fractions, les fractions basiques, donc un demi, trois tiers, un quart. Je leur explique justement qu'au dénominateur, si y a un deux, c'est demi et si c'est trois c'est un tiers, c'est quatre, bah justement c'est un quart. Et que si c'était un autre, si c'est un autre nombre, tu prends le. Si c'est par exemple un sur vingt-cinq, c'est tu prends vingt-cinq puis c'est ième en fait. Donc un sur vingt-cinquième. Des choses comme ça, enfin vraiment les choses basiques quoi. Et après on essaye de représenter ça justement avec par exemple, je sais pas, le partage de bonbons ou des choses ou une pizza, ce qu'on a l'habitude de faire. Et puis je coupe, puis je leur dis bah voilà, si on prend une part sur les quatre, comment est-ce qu'on écrit ça sur une fraction juste pour qu'ils puissent se représenter quand même ? Et puis après on fera que les exercices, puisqu'on n'a pas le temps.
11	**L:** Quand tu dis, les exercices, tu dis ceux qui sont dans les moyens ESPER ?
12	**E1**: Exactement.
13	**L:** Ok. Donc si on parle justement de plus de cette partie après enseignement avec les moyens. Comment tu as l'habitude de t'y prendre pour ce sujet ?
14	**E1:** Les fractions, tu dis ?
15	**L:** oui.
16	**E1**: L'habitude, enfin plutôt comment j'introduis le sujet ?
17	**L**: Oui voilà.
18	**E1**: Ok, en fait. Du coup j'ai introduit comme j'étais un peu avant et puis après en fait, on regarde surtout aussi dans l'aide-mémoire parce que je trouve quand même qu'il est bien fait, et puis je trouve que c'est bien représenté, etc. Donc je leur demande justement les pages qui sont un peu concernées pour le début et puis après en fait je les lance dans les exercices au début. En fait, je fais toujours des exemples d'abord avec eux, puis après ils peuvent travailler à deux trois pour s'aider etc. Puis soit on fait des corrections collectives, soit je corrige au bureau. Puis en fait après on passe à un niveau supérieur, enfin à chaque fois on durcit, puis. Enfin, ce que je trouve ça difficile, c'est que, en fait, par rapport aux moyens qu'on avait avant, les fractions, on les voyait presque pas à part, on faisait du calcul mental, puis vraiment on expliquait vraiment la base, vraiment avec la barre et un demi, les

représentations justement des deux tiers, trois quarts et tout et c'est tout. Puis là je trouve que, enfin, pour nous aussi, c'est un peu difficile de leur apprendre à comment est-ce que tu additionnes ou des choses comme ça. Pourquoi par exemple un dixième plus un centième, enfin comment est-ce qu'on fait ? Et tout. Puis je trouve qu'il y a des fiches qui sont quand même compliquées et puis du coup ça prend beaucoup de temps pour leur expliquer. Et puis en fait, ils sont quand même enfin ils ne saisissent pas tout. Puis je sais que ça, ce sujet-là, justement, les additions des fractions et tout, on faisait ça quand on était un peu plus âgé, quoi. Et même avec ça, j'avais de la peine à l'époque. Donc eux, je trouve que c'est un peu compliqué.

19 **Moi:** Et donc, qu'est ce qui, qu'est ce qui a changé? Donc, dans ce que tu dis, ce qui a changé pour toi avec ce nouveau moyen, c'est qu'il y a plus de fractions qu'avant ?

20 **L:** Ouais, puis en fait je trouve que c'est beaucoup poussé en fait. On va trop loin en fait et tout. Et puis je trouve que comme on faisait l'année passée, c'était suffisant.

21 **Moi:** Et tu disais qu'il y avait des fiches qui étaient difficiles pour les élèves, tu vois lesquelles ?

22 **L:** Là, on avait fait ça, ça va aller assez vite, c'est des additions en fait, c'était 138. Je me rappelle plus. C'était ça, par exemple. C'est la page 138. Enfin, ça, ça va encore 137, 136. Il y en avait un qui était hyper dur je trouve, surtout pour les élèves. Ça, ça allait encore. Par exemple la page 134.

23 **Moi:** Ouais, qu'est-ce que...

24 **L:** Par exemple, colorier un tiers du quart. Ça, ça va encore. Mais 53 sur 100, des choses comme ça ou l'addition directement. Enfin, tout ça pour moi, c'était. C'était aussi compliqué pour eux de se représenter un carré. C'est une unité. Ils comprenaient pas que le dixième c'était dix du coup. Et puis du coup ça c'était.

25 **Moi:** Tu dis la barre c'est dix ?

26 **E1:** Et pourquoi par exemple, justement, trois dixième plus un sept-centième, pourquoi est-ce que ça faisait (*hésitation*) 37 centièmes ? Tout ça, je trouvais que les explications devaient trop les abréger pour qu'il puisse vraiment comprendre. Parce que si on expliquait vraiment du pourquoi est-ce que ça fait ça, en fait, ils vont se perdre. Et moi, ben on se met d'accord quand on explique vraiment de manière le plus simple possible. Mais je trouve que pour moi c'est assez. Enfin, il devrait comprendre vraiment pourquoi, pourquoi enfin la base du pourquoi on fait ça, mais en fait on n'explique pas, parce que sinon ils vont être perdus. Et du coup on explique : voilà, vous prenez les deux chiffres qui sont là, vous les mettez ensemble, c'est beaucoup plus simple quoi.

27 **L**: Quand tu dis, "on" c'est toi et tes collègues?

28 **E1:** Moi et mes collègues et tout, parce que des fois on se met d'accord de comment est-ce qu'on fait, etc. On a souvent des concertations. Enfin on galère un peu tous parce que c'est un peu nouveau aussi pour nous, et puis on sait pas trop non plus comment s'y prendre. Et puis même dans la méthodologie, je trouve que c'est pas très... Enfin voilà, et puis voilà. Après si on prend enfin je trouve. Je sais pas si je vais dans tous les sens du me dire parce que je trouve que déjà enfin ça fait genre quatre ans que j'enseigne les maths, enfin avec l'ancienne. Et puis je trouve que déjà le programme est méga chargé. Ça va toujours vite, on a que cinq heures de maths, etc. Puis là avec le nouveau programme, c'est encore pire en fait, parce qu'on peut pas non plus trop passer de temps sur ça, parce que on doit avoir deux d'autres thèmes en fait, en parallèle. On a que cinq périodes et rien que le fait que les élèves sortent les fiches, les machins, il y a les couleurs, les trucs et tout. Franchement, on perd un temps fou quoi. Et je trouve que c'est vraiment. Enfin, moi je préfère quand même travailler par thèmes et c'est même pas parce que c'est une question d'habitude, mais je trouve que c'est beaucoup plus pratique. Et puis on va beaucoup plus loin dans un sujet, dans un thème que de faire tout un peu à l'arrache. Enfin j'ai l'impression que même pour faire les tests, on galère un peu parce que là on choisit à peu près les exercices similaires parce qu'on sait pas trop comment, comment faire. Et puis des fois on travaille trois thématiques et tout. Et puis, par exemple, même pour les axes, là ils travaillent que tout ce qui est positif alors qu'avant on travaillait les négatifs. Enfin moi j'aurais préféré genre vraiment aller au bout des choses que, par exemple, de faire ça quoi, alors que je trouve que c'est trop poussé.

29 **L**: Alors tu dis le sujet fractions va trop loin?

30 **E1**: Ouais, moi je trouve.

31 **L**: Ok. Tu t'arrêterais ou toi ?

32 **E1**: Je m'arrêterai justement à la représentation et limite à la page 137, 138, tu vois ?

33 **L**: Ok. T'irais pas après avec les droites graduées, tout ça ?

34 **E1**: Non mais ça c'est pour moi, c'est trop.

35 **L**: Et là tu montres F37 donc *Différentes manières d'écrire un nombre*. Est-ce que enfin quand tu dis que c'est trop, est ce que toi tu vois ce lien qui est fait avec l'introduction des nombres décimaux à virgule ?

36 **E1**: Oui, je vois, mais c'est juste que en fait je trouve qu'on travaille trop de choses en même temps. Enfin tu devrais voir un truc puis après passer au suivant ou on devrait avoir plus de périodes de maths pour vraiment prendre le temps de bien faire les choses. Là en fait je trouve qu'on parle de ça. Déjà ils sont perdus et puis après on parle des nombres à virgule. Le temps qu'on explique justement... Enfin c'est pas vraiment les virgules qu'on déplace, mais comment est-ce qu'on fait pour arriver à là. Puis ensuite de mettre en écriture, enfin somme, d'une somme, d'un entier et de plusieurs fractions. Enfin voilà, encore en français ça va, c'est assez simple parce qu'ils ont bien compris, mais en fait c'est pour travailler les fractions. Il y a trop de choses qu'on doit expliquer et je trouve qu'on n'a pas assez le temps en fait. Enfin, c'est pas ce qu'on doit vraiment choisir ou pas, jusqu'où on peut aller et tout. Enfin, c'est aussi un peu la liberté qu'on a, mais c'est vrai que c'est un peu difficile quoi.

37 **L**: Et est-ce que tu as fait toutes les fiches ou du coup tu as fait une sélection?

38 **E1**: On a fait une sélection justement du coup, puis en fait on avait repris un programme qu'on avait trouvé, qu'on a un peu retravaillé, puis en fait, même ça, on en a pire beaucoup à travailler. Puis en fait, pour nous aussi, c'est un peu une année test. Parce que on essaie de faire comme on peut quoi. C'est vrai qu'avant qu'on travaillait dans les thèmes, on avait très peu d'exercices, mais on allait vraiment en profondeur, on avait le temps de bien travailler et tout. Et là en fait, on a tellement que même nous on s'y perd quoi. Des fois on fait des conversations, on dit on fait pas, on fait pas, on n'a pas le temps. Et puis c'est dur de tout le temps s'adapter parce que tu. Enfin oui, c'est la base de notre enseignement, mais là c'est trop je trouve, surtout pour les maths. Après le français ça va parce que tu as sept périodes, mais les maths c'est trop pour moi.

39 **L**: Et à quel moment de l'année vous avez décidé de travailler ce thème-là?

40 **E1**: Heu... Alors là, on a... Il y aura les fractions. On a déjà fait, on est en mars, on avait déjà commencé en décembre.

41 **L**: Ok. Donc fin du premier semestre ?

42 **E1**: Exactement. Moi j'avais évalué. Puis en fait, dans le programme, il y a de nouveau les fractions, puis en fait, je remarque qu'ils oublient vite aussi. Enfin ouais. Donc voilà. Après il faut toujours tout reprendre, faire un rappel au connu et tout ça. Et puis ouais, tu as aussi d'autres thèmes qu'on doit travailler, mais heureusement que des fois ça va un peu vite quand même. Mais voilà. Puis même les parents, enfin on a eu beaucoup de plaintes de parents qui savaient pas comment travaillent les enfants parce qu'ils avaient beaucoup de fiches.

43 **L**: Tu dis par rapport à ce thème ou en général ?

44 **E1**: En général et aussi par rapport à ce thème-là. Parce que je dis oui, mais est-ce que vous donnez des fiches de théorie ? Puis c'est vrai que maintenant on ne donne plus parce qu'il y a quasiment tout dans l'aide-mémoire. En ça, ils ne le comprennent pas. Et puis à chaque fois j'ai des appels, des machins et tout ça. Mais en fait il faut garder dans l'aide-mémoire, je garde les pages avec. Et puis en fait, eux aussi ils sont habitués. Par exemple pour les fractions à avoir vraiment la page de théorie machin et tout. Sauf que là, comme ça va beaucoup, beaucoup trop loin, on n'a pas forcément des enfin une théorie en fait. Il en faudrait plusieurs. Et puis du coup on se base sur l'aide-mémoire.

45 **L**: Et est-ce que tu utilises tout le matériel? Par exemple, les jeux, tu les as utilisés, les bandes ?

46	**E1**: Non, pas du tout. Parce qu'en fait, les jeux et les bandes, je trouve qu'il n'y a pas assez, je crois. Et puis…
47	**L**: Pas assez par élève pour la classe ?
48	**E1**: Ouais exactement. Et puis après je pense que c'est aussi, tout dépend d'une cohésion de classe aussi. Parce que moi j'ai des classes où vraiment c'est le ... Rien que la discipline, j'en peux plus. Alors je ne vais pas commencer à faire des jeux. Enfin voilà, je trouve que c'est cool. Moi je suis pour faire des jeux parce que je trouve qu'ils apprennent beaucoup plus vite en français, je fais des jeux et tout. Mais là pour les maths, en ayant genre cinq périodes, pour moi c'est on perd trop de temps en fait. Mais je ne dis pas que je suis contre les jeux, c'est juste que c'est dommage parce que j'ai pas le temps de vraiment les utiliser, de les exploiter. Et d'ailleurs aucun collègue. Enfin, des fois on se dit mais il faudrait qu'on fasse mais en fait on n'y arrive pas.
49	**L**: Ouais, et si tu devais dire enfin qu'est-ce qu'il faut que les élèves retiennent à propos des fractions? Qu'est-ce que ... si tu vois, tu devais... tu parlais du rappel du connu ou…
50	**E1**: Enfin je pense surtout que les fractions, comment est-ce qu'on les on les met par écrit avec la barre et tout. Juste savoir se représenter justement avec l'histoire du gâteau etc. pour qu'il se représente quand même. Et c'est un peu plus loin justement les, les additions avec, enfin si c'est un carré est égal à une unité, comment est-ce que tu le représente avec par exemple cinq dixièmes et trois centièmes ? Ça, ça va encore limite et rien que ça, je pense que c'est déjà pas mal.
51	**L**: Ouais, c'est ce à quoi tu aimerais que tes élèves arrivent à comprendre?
52	**E1**: Ouais, oui.
53	**L**: Ok. Hum... Ok, alors moi j'ai choisi quelques activités qui me paraissaient, qui me paraissaient intéressantes. Et puis je vais te les montrer et je vais te les montrer. Voilà, donc c'est des fiches de ESPER. (...) Est ce qu'il y en a qui que tu connais ? Il y en a que tu as fait ? Il y en a qui te parlent, d'autres qui te parlent pas ?
54	**E1**: Je pense qu'il y a des fiches qu'on a dit quand on les faisait en huitième, ce n'était pas dans le programme. Mais du coup, ça, ça me parle, ça on a fait.
55	**L**: Donc fractions de bandes, vous avez fait ?
56	**E1**: Mais sauf que j'ai pas. Enfin j'ai pas utilisé ça, du coup.
57	**L**: Pour introduire d'abord, tu es passé directement à la fiche ? Ok.
58	**E1**: Avec une explication sur le tableau et tout.
59	**L**: Oui, et puis tu te rappelles un peu ce que tu as fait ? Donc tu es partie de la fiche et puis tu as expliqué au tableau ?
60	**E1**: Non, j'ai fait. En fait, j'ai recueilli d'abord ce pourquoi est-ce que c'était les fractions et tout. J'ai dit Comment est-ce que ça se montrait ? Comment est-ce qu'on disait enfin un demi machin truc et tout. Puis après j'avais dessiné un rond, et puis on a représenté un petit peu et tout, puis après j'avais, je crois que c'était un truc comme ça, enfin c'était ça, enfin quelque chose comme ça, parce qu'il y a plein de fiches qui se ressemblent finalement je trouve, et tout. Et puis sinon on a fait ça et puis...
61	**L**: oui, alors on peut... ouais, donc celle-là ?
62	**E1**: Celle-là, et peut être une fiche similaire à celle-là aussi.
63	**L**: Ok.
64	**E1**: Enfin, ça me parle. Ouais. Sinon ça je trouve que ...
65	**L**: Celles-là, tu les as, celles avec les droites graduées, vous n'avez pas du tout fait ?
66	**E1**: Non, on n'a pas encore fait.

67 **L**: Ok, Bah on verra si on a le temps, on y viendra après. Mais je te propose qu'on commence par discuter de celles-là, vu que c'est celles que tu connais le mieux. Il me semble. Donc *Fractions de bandes*. Comment ? Comment tu as préparé cette activité ? Donc là j'ai *Fractions de bandes* 1 et *Fractions de bandes* 2.

68 **E1**: Ça on n'a pas fait.

69 **L**: T'as pas fait la 2? Ok, tu as fait juste la 1 et tu l'as utilisée comme introduction.

70 **E1**: Exactement.

71 **L**: Ok. Et puis qu'est-ce que comment ça s'est passé dans ta préparation ou à quoi ? Il y a des choses qui t'ont marqué dans cette fiche ou ?

72 **E1**: Heu...Non, c'est juste que j'ai dû faire peut être un petit rappel de ce que c'est qu'une unité de longueur. On a regardé un petit peu ce que c'était et puis vu que j'avais déjà donné un exemple sur le tableau noir, ils auraient facilement réussi. Je trouve que l'aide-mémoire il est quand même assez explicite et tout. Oui et du coup, ben ça, ils avaient facilement réussi. En tout cas, ça c'était super simple.

73 **L:** Ok, tous les élèves ont réussi ? Ok.

74 **E1**: Oui exactement. Et ça, ça a été super. Et puis ils ont, ils retiennent aussi. J'insiste beaucoup aussi sur le numérateur dénominateur parce que je trouve que c'est important aussi de maîtriser le langage des maths. Et puis ben ouais, ça ils ont vraiment beaucoup, beaucoup de facilités.

75 **L**: Ok, et celle-là, tu as dit, donc *Fractions de bandes* 2, tu l'as pas encore fait? Est-ce que là, maintenant, si on la regarde, on prend un moment pour la regarder ? Qu'est ce qui est ce qui est ? Qu'est-ce que tu vois comme similitudes ? Comme différence entre les deux ?

76 **E1**: Après je t'avoue que j'ai pas du tout regardé comment est-ce que je pouvais faire ça pour introduire aux élèves, mais après les similitudes justement les bandes. Et puis c'est vrai que enfin je me mets à la place de mes élèves, genre si je leur montre ça, ils vont être perdus, ils vont paniquer.

77 **L**: Qu'est ce qui, qu'est ce qui semble paniquant? Parce que c'est intéressant.

78 **E1**: Parce que je pense que là c'est hyper visuel, c'est hyper simple en fait, tu vois, tu as une bande, c'est l'unité de mesure, tu as deux, t'en colories un parce que tu sais que tu colories un sur deux et tout. Puis là, quand ils voient un trois demis, ben en fait ils savent pas. Ok, ça c'est l'unité de longueur, mais je pense que ça va être difficile de se représenter pour eux. Est-ce que c'est que. Si tout ça c'est un enfin, comment est-ce qu'ils font ? Pour combien ils doivent colorier ? Qu'est-ce que ça représente en fait chaque, chaque étage ? Tu vois ? Ouais. Et pourquoi y en a deux ?

79 **L**: Et heu... Pour toi, quel serait l'objectif ? Ou enfin, tu as dit quel pourrait être l'objectif ? Où est ce que toi tu, tu la ferais ? Mais tu modifierais des choses par rapport à cette fiche ?

80 **E1**: Hum... Non, pas vraiment, mais. Enfin, je sais que nous en fait, ce qu'on fait aussi des fois, c'est qu'on leur demande pas de tout faire, on leur demande de faire A à D. Et puis ça suffit pour nous aussi. Enfin juste de se représenter en fait avec, avec ça. Mais ouais, je ne pense pas que je leur donnerai ça maintenant.

81 **L**: Ok, tu donnerais plus tard ?

82 **E1**: Plus tard, je pense. Ouais. Puis après...

83 **L**: Non, c'est moi. Vas-y.

84 **E1**: Non, non. Mais après je trouve qu'elle est vraiment intéressante cette fiche et tout. Et puis après c'est vrai que nous on suit aussi le programme et puis enfin, elle est pas dans le programme maintenant.

85 **L**: Ok, et qu'est-ce que tu trouves d'intéressant avec cette activité?

86	**E1**: Enfin je sais pas si j'utilise les bons mots, mais pour moi c'est une autre manière de représenter aussi les fractions qui change de d'habitude ou justement un demi. Ben t'en colories un, deux tiers t'en colories deux. Là ils doivent un peu plus réfléchir et puis se représenter vraiment et puis de voir que c'est pas toujours comme ça, mais ça peut toujours être comme ça parce qu'on a toujours l'habitude de prendre des bandes ou tu sais, le rond, la pizza, oui là c'est une autre manière. Je trouve ça intéressant.
87	**L**: Ok, d'accord.
88	**E1**: Mais après c'est vrai que je ne suis pas du tout plongé dedans donc je sais pas trop comment...
89	**L**: Non mais c'était juste comme ça. Hum. Ici ça, Est ce que ... [*Montre Deux écritures pour un même nombre 1&2*], est ce que ...
90	**E1**: Ça j'ai pas du tout fait.
91	**L**: Vous avez pas du tout fait les *Deux écritures*?
92	**E1**: Non
93	**L**: Ok. Et puis ça tu disais alors que les droites numériques [*Montre Codages et Décodage*], c'est quelque chose que vous, que vous faites pas. Mais si on regarde juste quand même. Enfin je te laisse juste lire peut-être la consigne et puis.
94	**E1**: [*Prend le temps de lire la consigne*] Ouais, je pense que ça viendra bien après, en tout cas pour nos élèves, de ce qu'on a avancé, tu vois.
95	**L**: Qu'est ce qui alors? Qu'est ce qui te semble très compliqué pour les élèves ?
96	**E1**: Pour moi, c'est juste de représenter, de noter en fait en fractions, ce qui est les points qu'on me demande du style A, B, C. Je pense que ça c'est encore ça, ça va, mais après je pense que ça devient de plus en plus compliqué. Et puis je sais qu'on avait fait aussi un test avec juste une droite, mais juste représenter le nombre avec des nombres décimaux, il galérait beaucoup.
97	**L**: Ouais.
98	**E1**: Et du coup avec les fractions en plus ils vont. Je pense que c'est ... En tout cas ils sont pas prêts les miens.
99	**L**: Ouais, tu viens de dire que vous avez fait des droites avec les nombres décimaux. Donc tu dis quand on écrit avec une virgule ?
100	**E1**: Ouais, zéro virgule cinq ...
101	**L**: Donc ça vous avez déjà vu ces nombres là avec les élèves?
102	**E1**: Oui, mais vraiment de manière très, très, très brève, avec des choses hyper simples et tout, parce que on avait vu ça en tout premier je crois, et parce que voilà, ils sont encore petits.
103	**L**: En début de septième, donc ?
104	**E1**: on a juste vu en fait, ils arrivaient à mettre ça et puis on a un peu travaillé, mais c'est vrai qu'on n'a pas beaucoup travaillé dessus, enfin rien que ça, ils avaient, je trouve qu'ils avaient quand même un peu de peine. Et puis là je trouve que enfin, peut-être qu'on vient aussi d'introduire, enfin, on travaille les fractions maintenant, petit à petit, donc peut être que ça serait pour plus tard, ou même pour les huitièmes. En tout cas, ça, il n'y a pas dans le programme des septièmes.
105	**L**: Ok. Ces deux fiches, vous les avez mises de côté ?
106	**E1**: J'ai pas du tout vu et je pense qu'en huitième il y aura.
107	**L**: Du coup, est ce que tu penses que les élèves feraient le lien entre cette droite là et puis ces représentations de bandes?

108 **E1**: Oui, je pense. Je pense que oui, parce qu'en fait ils savent que voilà, on peut les représenter de plusieurs manières différentes, et puis qu'on peut aussi mettre ça sur une droite comme on mettrait des nombres en fait, finalement.

109 **L**: Ouais, ok, mais. Et entre ici où ils doivent écrire la position, et puis ici où ils doivent placer, est-ce que enfin, il y a des choses qui te semblent différentes ou plus difficiles, plus simples ?

110 **E1**: Mmh... Je pense heu... Je pense que c'est plus simple de placer que de décrire je pense. En tout cas pour moi.

111 **L**: Et par rapport là tu vois, il propose ces deux écritures cinq, cinq demi ou deux plus un demi. Est-ce que vous faites travailler ces deux sortes d'écriture avec les élèves ?

112 **E1**: Non, pas du tout, Non.

113 **L**: Vous êtes plutôt dans, dans lequel?

114 **E1**: Plutôt comme ça [Montre $\frac{5}{2}$].

115 **Moi**: Dans le cinq demi.

116 **E1**: Enfin. Mais c'est vrai qu'on n'a pas trop fait le lien entre les deux. Et puis enfin là c'est pour moi, c'est carrément des additions de fractions, tu sais, quand tu les mets sur un et puis que tu fais ça fois ça et puis ça fois ça plus ça fois ça [*montre le produit en croix*]. Et ça, on n'a pas encore introduit. Enfin en fait, on se pose même la question de si ça ne va pas trop loin ou si on doit vraiment le faire ou pas. Et puis enfin voilà, pour nous c'est un peu compliqué. Enfin en tout cas, on n'a pas vu.

117 **L**: Ok. Hum... Et finalement, puisque celle-ci on peut, on peut juste regarder, mais c'est aussi justement ces choses, ces équivalences d'écritures. Donc ça vous l'avez pas du tout ?

118 **E1**: Non pas travaillé non plus. Mais ... oui, on a travaillé, oui, oui, oui, on a travaillé, enfin, pardon, je suis désolé.

119 **L**: Non, pas de soucis.

120 **E1**: C'est la page 138 justement que je t'avais dit avant. Ouais, c'est ça, ça, ouais.

121 **L**: Donc vous avez travaillé ici comme ça. Ok. Donc ça, c'est parce que vous n'y êtes pas encore ?

122 **E1**: n n'y est pas encore, mais ça, je pense qu'ils vont y arriver, les miens, et que ça ressemble en fait justement à la page 138, tu vois.

123 **L**: Ouais. Donc si je fais juste, je m'excuse, un retour un peu en arrière par rapport à ESPER et les apprentissages visés. Enfin je sais pas si tu vois ce que c'est, vous faites en fonction de ça ou pas ? Ou vous avez planification ?

124 **E1**: En fait, on a une planification, on travaille différents thèmes en même temps et puis après on fait un test. Mais ...

125 **L**: Et c'est, c'est une personne qui fait la planification pour tout le monde?

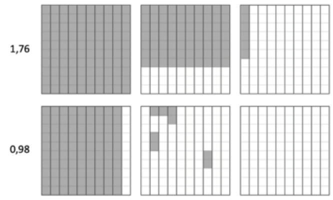
126 **E1**: C'est le chef de file. En fait, on avait déjà une planification en ligne sur un site, c'était sur un groupe et tout. Du coup, en fait, on a on a revu un peu les exercices et tout et puis après on a bien trié dedans. Et puis ça c'était tout le chef de file qui a fait. Puis nous, on a aussi dû regarder puis donner, justement, proposer des suggestions et tout. Du coup, on a cette planification conçue en fait à la lettre. Et puis des fois, si on arrive à tout faire, on fait tout, sinon on supprime, puis après à l'avance on dit voilà quels sont les exercices importants à vraiment à travailler et puis enfin, en fonction de ça aussi.

127 **L**: Ok, merci, c'était juste pour bien comprendre.

128 **E1**: Oui, mais je t'envoie la planification comme ça, tu regardes.

129 **L**: Ok, donc moi j'aurais une question quand même par rapport à tout ça, est ce qu'il y a des, des fiche... Enfin voilà où tu as remarqué des choses intéressantes de la part des élèves dans leur manière de faire ou bien différentes procédures ? Enfin...

130 **E1**: Oui, oui, c'était une fois pour un test, je crois que c'était la page 138 là en fait. Par exemple, quand je leur ai demandé, c'était pas vraiment... Attends... J'ai un père qui m'avait écrit, Je peux même te montrer la photo. En fait, je pense que c'est comme ça, tu vas mieux voir... C'était cet exercice-là. En fait, on avait compté faux parce que là, justement, en fait, une unité, c'était l'unité, c'est le grand carré. Et pour le 0,98 par exemple, il en a décidé comme ça.



Du coup, ça représente deux unités. Du coup, c'était faux en fait. Et du coup, justement, le père il avait pas compris pourquoi c'était faux, etc. Parce qu'il disait que c'était méga créatif. Tu vois cette manière de faire ? Enfin tu vois. Oui, voilà ce que je peux comprendre, mais c'est pas ce qui était demandé dans la consigne du coup. Ok, c'est ça que j'avais surtout vu. Je peux te l'envoyer ?

131 **L**: Oui. Et ça c'est des choses que tu as vues chez d'autres élèves dans les fiches comme ça, quand vous faites ?

132 **E1**: Des fois je voyais faire et je leur disais. J'insistais justement sur la consigne qui disait que l'unité c'est le grand carré. Du coup, il ne faut pas faire comme ça. Ouais ok, mais c'est vrai que moi je comprends aussi la démarche de l'élève, mais voilà. Ouais, bien sûr. Ouais, tu vois.

133 **L**: C'est par rapport à la consigne?

134 **E1**: Exactement. Mais après. Enfin, je trouve que c'est pas faux non plus dans sa manière de réfléchir, parce que je trouve qu'il arrive quand même bien à se représenter justement les dixièmes, les centièmes et tout. Donc voilà, c'est juste que s'il avait pas cette consigne, ça aurait été juste du coup.

135 **L**: Et là, si par exemple on reprend celle-là ici [*je montre Deux écritures pour un même nombre 1*], le premier. Est ce qu'il y a des fois des choses qui pourraient être difficiles pour l'élève ?

136 **E1**: Mais en fait, ce que j'avais surtout remarqué justement pour ces nouvelles fiches d'écrire ainsi, ce que j'avais surtout remarqué, c'est qu'en fait ils mettaient ici alors que normalement, enfin normalement, d'habitude c'est à la fin qu'on met. Du coup ça j'ai vu que ça perturbait beaucoup les élèves en fait. Je sais que des fois on mettait ça, puis ça, et puis des fois c'était des fiches ou égale à ça, plus ça. Enfin tu vois, vu que c'est inversé des fois. En fait, il y en a beaucoup qui qui comprenaient, enfin qui venaient te demander mais madame, pourquoi c'est inversé ? Je dis oui mais c'est normal. 1 plus 1 est égal à 2, puis 2 est égal à 1 plus 1. C'est la même chose en fait. Du coup, ça, des fois ils avaient du mal à se mettre à la place du égal. Exactement. Et puis ben sinon là ils savent pas aussi par quoi commencer. Est-ce que on doit commencer par égal à quelque chose, puis après on fait les deux ou est ce qu'on fait d'abord ça et ça, puis est ce qu'on fait après ? Enfin ce genre de chose quoi.

137 **L**: Et est-ce que entre le passage de cette représentation là avec des bandes et l'écriture. Ça c'est quelque chose qui leur pose problème ?

138 **E1**: Oui quand même. Après je t'avoue j'ai pas vraiment fait avec du coup, mais je pense que oui par rapport à celle sous forme de surface, comme ça, les carrés ou les carrés, les cercles, les carrés, ça allait une fois qu'il avait compris le truc et tout, ça allait bien. Mais après avec les bandes, je t'avoue, j'ai pas toujours fait, j'ai pas fait. Puis je trouve personnellement, je trouve que les carrés c'était beaucoup plus facile pour moi aussi à expliquer pour les élèves. Enfin après voilà, j'ai pas encore fait avec ça donc je sais pas, mais c'était, en tout cas c'était assez facile.

139	**L**: Et ici celle-ci [*je montre Deux écritures pour un même nombre 2]*, juste si on prend le premier. Toi tu. Tu ferais comment toi ? Si tu veux juste oui ou tu dis un élève, comment est-ce qu'il ferait là, par exemple, pour 8/5 ?
140	**E1**: Alors? [*Réfléchit*] Je fais, je fais moi ou je fais à la place de l'élève ?
141	**L**: Tu fais...Tu fais un peu les deux. Tu fais toi.
142	**E1**: Moi ?
143	**L**: Ouais.
144	**E1**: Ok. Hop! (...) Franchement, je sais pas.
145	**L**: Enfin. Ou alors si, juste si. Tu devrais. Si tu devais colorier ça. Tu vois les huit cinquièmes, là, il y a les... Des pentagones.
146	**E1**: Je t'avoue que j'ai pas du tout fait.
147	**L**: Non, c'était juste pour... Je me demandais...
148	**E1**: On a vraiment fait que les choses un peu basiques et puis ça. C'est vrai que c'était longtemps. Il faut vraiment que je me plonge dedans.
149	**L**: Ouais mais ok. Donc là, vous venez de ...
150	**E1**: Attends, un, deux, trois, quatre, cinq. Ou avant, je ne sais pas, c'est la honte.
151	**L**: Mais non ! Bref, c'était juste... Enfin voilà, je voulais pas du tout te mettre.
152	**E1**: Non, non, t'inquiète, attends... Ils ont fait... Ouais bon là je trouve que quand t'as ça, c'est plus simple que quand t'as, t'as que... Enfin s'il te manque un par exemple, tu vois.
153	**L**: Tu dis celui-là, ça [$2+\frac{2}{3}$] c'est plus facile que ça [$\frac{8}{3}$] ?
154	**E1**: Je trouve, ouais. Et puis en fait là, je pensais que... Que là c'est déjà une étape supérieure, parce que pour moi, il devrait soit donner ça [*montre la représentation en triangles*], puis écrire ça [*montre l'écriture en fraction*], soit écrire ça, puis se représenter ça. Pour moi de faire les deux... En tout cas, pour mes élèves, je pense que c'est beaucoup. Et moi aussi je ne me suis pas plongé dedans. Vraiment. Du coup, pour... Parce que si tu donnes justement deux plus deux tiers, c'est beaucoup plus simple à se représenter que si tu donnais que huit tiers, tu vois.
155	**L**: Ouais, donc d'avoir les ouais, ok, merci. C'était juste...
156	**E1**: Attends juste... Du coup, là, je peux faire quand même ?
157	**L**: Oui, bien sûr.
158	**E1**: Ça fait tellement longtemps... Voilà, j'ai trouvé.
159	**L**: Mais est-ce que tu... Ce que j'entends c'est que quand t'as pas fait ça depuis longtemps, c'est difficile de se plonger dedans ?
160	**E1**: Ouais, je trouve aussi. Puis là, une fois ...
161	**L**: Pour toi en tant qu'enseignante ?
162	**E1**: Oui. Et puis là, une fois que tu as trouvé, je pense que c'est beaucoup plus simple d'écrire là, tu vois. Du coup ça fait heu... Ça fait deux, ça fait 1 sur 1 si je me trompe pas. Et puis du coup, là tu en as colorié 2 du coup 3.
163	**L**: Ok donc de passer de 8/5 au dessin et après ça te permet plus facilement de venir à : unité plus ...
164	**E1**: En tout cas pour moi. Ouais. Après je pense pas. Enfin je sais pas pour les élèves y en a et je pense qu'ils préfèrent. Enfin tout dépend de là. J'arrive mais toi en tout cas c'est oui. C'est juste non ?

165	**L**: Oui, c'est juste bien sûr. Bien sûr que c'est juste.
166	**E1**: J'ai eu un petit bug. En fait, je me suis dit mais c'est moi le problème et j'avais mal compris. Enfin, j'ai pas lu la consigne, je pensais que c'était soit un soit deux. Et puis quand j'ai vu qu'il y avait rien, j'étais là, attends j'ai buggué. Enfin il manque quelque chose. Ouais, du coup, là c'est bon.
167	**L**: Ouais, et si je te montre juste ça [*Je montre* ). Si admettons un élève, il fait ça. Donc il en colorie deux à chaque fois.
168	**E1**: Tu dis pour cet exercice-là [*montre l'exercice a de Deux écritures pour un même nombre 2*] ?
169	**L**: Pour celui-là, oui. T'en penses quoi ?
170	**E1**: Attends comme huit : un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit. Sur cinq sur cinq.
171	**L**: Dans ce sens, pour toi, est ce que c'est correct ? Ou il y a quelque chose de faux ? Ou est-ce que quelque chose qui te dérange ? Ou ça marche aussi ?
172	**E1**: Mais pourquoi il en colorie deux? ... Ah oui, parce que ça fait huit en tout. Bah je sais pas. Pour moi par rapport à l'exemple, c'est faux.
173	**L**: Par rapport à l'exemple, c'est faux.
174	**E1**: Parce que l'unité enfin là c'est deux, tu en as deux de coloriés. Puis là en fait, vu que tu colories trois unités, ce serait genre quatre et c'est pas ça.
175	**L**: Ok, ça marche.
176	**E1**: Je sais pas. Oui, non mais c'était... Mais après je trouve que c'est aussi intéressant comment il a fait. Enfin tu vois qu'il a, il a essayé de... Enfin il sait que justement deux avec chaque part ça fait huit en tout, donc ça représente huit vu qu'on a cinq. (..) Quatre vu que c'est un pentagone, on a cinq. Du coup il colorie les cinq. En fait, j'ai l'impression que c'est un peu comme ce que mon élève a fait en fait. Ok, après c'est ouais je trouve aussi. Puis après c'est pas marqué dans la consigne non plus que un truc, c'est une unité, mais par contre on te dit quand même fait comme l'exemple. Donc si on fait comme l'exemple, ce serait faux. Mais s'il n'y avait pas ça, ben je comprendrais. Enfin tu vois.
177	**L**: Ok, c'est intéressant.
178	**E1**: Je sais pas, hein.
179	**L**: Non, c'est super intéressant.
180	**E1**: Ouais, je trouve aussi.
181	**L**: Est ce qu'il y a encore des choses qu'il y a des choses que tu aurais ajouté encore sur ce thème des fractions? Sur ta manière de travailler ? Sur des fiches, des choses qu'on n'a pas dit ?
182	**E1**: Euh non. C'est juste que moi je trouve qu'il y a quand même beaucoup d'exercices sur les fractions et j'ai l'impression qu'il y en a quand même beaucoup, beaucoup, beaucoup. Et je pense qu'il faut bien trier, voir ce qu'on travaille en 7ème, ce qu'on travaille en 8ème. Et puis je pense que c'est aussi important que les élèves comprennent vraiment, en fait, le fond de comment est-ce qu'on travaille les fractions. Que de leur balancer en mode oui, alors retenez que justement au numérateur tu as un plus trois, donc tu mets un et les trois ensembles ça fait treize. Et puis du coup tu mets sur cent et puis c'est beaucoup plus facile. Et en fait, nous on a toujours peur d'aller trop loin dans les explications parce qu'en fait ils vont, ils vont s'y perdre. Et puis après on doit encore travailler d'autres trucs, machins, trucs et tout, et puis du coup on va au plus simple, mais je pense que c'est, faut un peu travailler comme ça.
183	**L**: Oui ok.
184	**E1**: Mais en fait comme, comme on peut avec nos cinq périodes et puis avec les difficultés des élèves. Enfin voilà.
185	**L**: Oui. Et est-ce que, enfin, est ce que tu as des questions ? Par rapport à ...

186 **E1**: Pourquoi tu as choisi les fraction du coup?

187 **L**: Parce que justement c'est nouveau cette manière-là de travailler. Donc je me suis dit que ça, ça allait, il y aurait des choses à dire.

188 **E1**: Je trouve aussi, mais est-ce que tu sais pourquoi ils ont mis autant de fractions? Pourquoi est-ce qu'ils veulent absolument qu'on travaille les fractions maintenant ? Parce qu'ils ont vu qu'en neuvième ils galéraient ? Enfin.

189 **L**: Oui alors là je... L'idée c'est de, de comment dire ... D'aller en fait vers les l'écriture décimale avec une virgule en passant par, en commençant par les fractions.

190 **E1**: Pour introduire les nombres décimaux. C'est ça ?

191 **L**: Oui.

192 **E1**: Ok, c'est ça. C'est vrai qu'avant il n'y avait pas ça. On faisait que les nombres décimaux comme ça. Puis nous dans notre collège, on travaille aussi beaucoup avec le calcul mental, avec les nombres décimaux.

193 **L**: Ok, ouais, ça c'est quelque chose que vous avez commencé à faire déjà depuis le début de l'année ?

194 **E1**: Oui, on a toujours fait en fait depuis les quatre ans, la cinquième année, depuis le tout début. On a toujours fait avec les nombres décimaux justement. Les dixième, comment est-ce qu'on représentait ? Voilà, tu décales la virgule, ça fait un. Des choses comme ça.

195 **L**: Oui. Et du coup, ce passage par les fractions, tu penses que ça va les aider ou c'est quelque chose qu'ils vont utiliser ?

196 **E1**: Moi j'ai l'impression qu'ils ont beaucoup paniqué quand même au début. Mais après, une fois qu'ils ont bien compris le truc et que vraiment on prend le temps de bien leur expliquer, de bien travailler puis de bien, en fait, je ne sais pas comment dire, trier les fiches et de vraiment mettre dans l'ordre comment travailler en premier pour qu'il y ait une progression et qu'ils comprennent de plus en plus ça, ça prend du temps. Et puis de voir aussi quelle importance on donne à ces fractions dans l'ensemble aussi. Enfin, il y a quand même beaucoup de fiches et tout. Et puis du coup, tu te dis ben parce que je travaille tout le temps ça, combien de temps je travaille ça ? Enfin. Je sais pas si je réponds à ta question.

197 **L**: Oui, j'avais pas vraiment de question. Ok, si tu as rien à ajouter, je te remercie d'avoir répondu à mes questions et d'avoir pris le temps.

198 **E1**: C'est normal.

199 **L**: Puis je te propose qu'on termine.

200 **E1**: Oui, ça joue.

ANNEXE 17 Transcription de l’entretien avec E2

1	**L:** Alors merci beaucoup d'avoir accepté de répondre à ces quelques questions à propos de l'enseignement des fractions. Et pour commencer, j'ai une question un peu générale, mais imaginons qu'un élève te demande ce qu'est une fraction. Qu'est-ce que, qu'est-ce que tu lui réponds ? Tu peux, tu peux écrire ou dessiner si tu veux.
2	**E2:** Alors moi je représente beaucoup les fractions avec des dessins au tout début, donc ce qui est proposé c'est dans le manuel. Je vais expliquer beaucoup. J'ai beaucoup expliqué avec les pizzas, gâteaux. Au tout début, pour qu'ils aient vraiment une représentation liée un peu à leur vie. Enfin dans le sens où c'est ça. Si j'ai mangé un demi, une demi pizza, ben voilà, j'ai une demi chacun la même chose. Et puis aussi pour expliquer que c'est les mêmes parts. Si c'est divisé en trois, c'est vraiment des parts égales, puis c'est pas j'ai donné ça à quelqu'un, puis voilà. Donc au début j'explique ça et puis surtout avec le dessin, ce qu'ils font au début dans les fiches, puis après, ben ça part justement avec cette nouvelle séquence, ben ça part sur la fraction, c'est un nombre à virgule en fait, et c'est un peu. J'essaie aussi de leur expliquer que finalement après quand ils comprennent, c'est une division. Enfin c'est. Enfin voilà, un divisé par deux, ça donne zéro virgule cinq. Donc il y a tout de suite ceux au début qui pigent le nombre à virgule et qui sont déjà dans le nombre à virgule avant les exercices. Puis au début, il y en a beaucoup qui restent vraiment sur ce dessin quoi. J'ai un dessin d'une bande ou d'un rond, d'un cercle et puis je le divise en autant de parties. La partie du dessus, enfin la partie du dessous, c'est en combien c'est séparé, puis la partie du dessus c'est ce qui est colorié ou mangé ou etc. Donc voilà.
3	**L**: Et donc au début tu utilises plutôt tu as dit des pizzas, des gâteaux et puis après dans ESPER, il y a aussi d'autres dessins comme des bandes. Tout ça c'est aussi des choses après que tu prends avec eux ?
4	**E2**: Alors justement, après les bandes, c'est parti sur les bandes et c'est parti aussi sur les... Je mets ça un peu en branches de chocolat. Voilà, vous avez une branche et surtout en fait pour faire parce qu'en fait là on est dans les basiques, mais après on passe aux fractions où il y a le chiffre du dessus, il est plus grand que celui d'en dessous. Donc là le truc de dire j'ai qu'une pizza, ça devient un peu compliqué. Donc là on doit justement insérer ce truc avec les barres peut être j'ai une branche qui est divisée en trois et j'en ai mangé huit. Donc en fait dans ma première, j'en ai mangé trois, j'en ai besoin d'une deuxième où on arrive un peu à ce truc où il en faut plusieurs. J'avoue que ça c'est assez dur à expliquer aux élèves ce truc de. Enfin, même nous avec [*prénom*], tu vois, on était beaucoup. Mais comment ? Je sais pas comment dire mais comment tu expliques ça ? Et puis après c'est bien parce que tu passes au truc de une plus. En fait c'est arrivé à ce truc de j'ai un nombre à virgule en fait un plus quelque chose ou deux plus quelque chose. Et j'avoue que ouais, il faut assez rapidement passer au truc de ça [*Montre "Fraction de Surface" dans le livre de l'élève, p.62*]. En fait, c'est assez bien de leur montrer. Après j'en ai une entière plus ta, ta ta. Et ça, ce qui m'a aidé à leur expliquer, c'est ça ici on a fait avec les collègues où là on les a laissés se débrouiller. En fait, on leur a dit pour le B. Enfin, ils ont d'abord fait l'exercice basique, donc ils sont tous venus avec une seule fraction. Et ensuite moi j'ai dit pour le B, le D et le F, il faut une autre manière d'écrire. On avait encore jamais vu. Puis là ils sont venus plusieurs fois avec d'autres fractions, puis j'ai dit non, c'est pas des fractions. Enfin, il y a une addition, il y a une. Enfin, j'essaye un peu de les guider. Puis certains m'ont trouvé ce truc de me dire "Ah ben j'en ai deux entières plus une sur trois", enfin voilà. Et cet exercice-là, alors de nouveau avec les rapides, mais a permis à introduire ce truc de j'ai plusieurs branches à la suite. Et puis ben là t'es obligé après de passer dans le tu peux plus trop utiliser les branches de chocolat. Enfin je sais pas comment dire. Là tu passes gentiment dans un enfin dans d'autres apprentissages.
5	**L**: Donc là, vous avez utilisé fractions de surface pour introduire les fractions plus grandes que un ?
6	**E2:** Ouais, je sais plus exactement dans quel sens on l'a fait, mais oui, en fait pour les plus avancés, on a voulu que "maintenant tu as trouvé une manière d'écrire, donc tu as fait six sur tant. Mais maintenant j'aimerais que tu me trouves une deuxième manière pour passer à ce truc de deux plus tatata".
7	**L**: Ouais, et ça, est ce que tous les élèves y sont parvenus?

8	**E2**: Alors je dirais deux trois non. Je pense qu'ils ont pas la base mais la majorité des élèves oui parce qu'après tu reprends justement ce truc de j'ai deux barres, je les ai mangées entièrement et ensuite il y en a une que j'ai pas pu terminer mais je suis obligée d'en avoir trois pour donner des parts à tout le monde. Enfin voilà. Oui ok, franchement j'avoue que les fiches et tout sont hyper bien faites pour que les élèves y arrivent tous. Et elles sont répétitives aussi tu vois. Enfin, tu fais beaucoup de fois la même chose. Donc j'avoue pour ceux qui sont rapides au bout d'un moment, voilà. Mais les autres, plus tu fais, plus tu comprends en fait. Puis ben tu vois, c'est déjà un peu grisé [*Montre les cases grisées pour écrire les fractions et les fractions "somme" sur Deux écriture pour un même nombre*]. Donc là ils savent qu'ils doivent écrire un, un chiffre, un chiffre, un deux, etc. Une unité, puis après enfin la fraction.
9	**L**: Donc la case grise ça les guide ?
10	**E2**: Moi je trouve qu'elles sont hyper bien. Alors bien évidemment il y en a certaines, voilà. Mais je trouve que souvent c'est bien fait et tu dois souvent répéter, tu vois, faire la même chose, c'est bien amené.
11	**L**: Et ça se fait de répéter plusieurs fois, ça fait que ils finissent par y arriver ?
12	**E2**: C'est qu'au début tu as toujours ceux qui n'ont rien compris. Tu leur dis ça s'écrit aussi comme ça, donc perdu. Puis après plus t'insiste, plus ils se disent "Ah ben oui, c'est cette manière d'écrire". Etc.
13	**L**: Et je, je reviens juste un petit peu en arrière. Comment est-ce que tu as introduit le thème, si tu te rappelles ?
14	**E2**: Ha purée, bonne question. Attends, j'ai utilisé du visuel. Non ! Une vidéo, une vidéo des pirates sur YouTube. C'est des pirates qui se partagent un trésor. Ok, tu peux mettre vidéo pirate Fraction. Ouais, exactement, c'est ça. On avait proposé ça aux collègues. Et si tu veux, c'est des pirates qui sont arrivés sur une île et qui ont un lingot d'or à se partager. Et puis un dit "on peut se le diviser en trois et moi je prends celui-là et toi celui-là. Et puis moi j'en ai eu un sur trois, donc un tiers".
15	**L**: Ok.
16	**E2**: Et après il y a un autre exercice. Non, c'est une petite vidéo comme ça. Puis après moi j'ai montré aussi justement après avec des pizzas quoi. Avec des pizzas au tableau. Et puis j'avais aussi une pizza plastifiée. On a enlevé des parties etc. Puis après on est vite parti là-dedans et aussi repris avec le jeu ici [*Montre le jeu ESPER "Des parts de pizza"*]. Où là, moi en fait ce que j'ai fait, c'est que les élèves avaient des pizzas sous les yeux, d'autres des fractions et ils devaient se retrouver ensemble. Et ça, ça permet de faire beaucoup le visuel avec les pizzas et tout. Voilà. Exactement. Oui, mais la vidéo pour introduire.
17	**L**: Et après le lien avec ... sous forme de bandes ?
18	**E2**: Et après vraiment les fiches dans l'ordre.
19	**L**: Les fiche dans l'ordre ? Ok.
20	**E2**: Franchement, on a utilisé vraiment les fiches dans l'ordre.
21	**L**: Est ce que vous avez fait toutes les fiches ou vous avez effectué une sélection?
22	**E2**: Je crois de base, on a quasi tout ça je crois. Ça [*Montre "À partir d'une bande unité", p.126 du fichier élève ESPER*] on n'a pas fait je sais plus, un truc d'intro comme ça en regardant. Alors j'en ai fait certaines, celles-là par exemple, tu vois, c'était presque trop dur. Donc en fait, il y en a certaines qui ont été utilisées que pour les élèves avancés.
23	**L** : Ok.
24	**E2**: Donc par exemple, moi je me disais ok, ils ont compris la base sur une droite, etc. C'est bon. Et puis après je passais. Mais de base, on a utilisé quasiment toutes les feuilles. Ce que je trouve aussi, c'est que souvent, ce qui est proposé dans ESPER, dans l'intro, dans le... dans l'entraînement et après

un problème. Problème, ça devient dur. Problème, je trouve que ça va devient à un niveau où beaucoup d'élèves...

25	**L**: Donc celle-ci ? [*Je lui montre "Rectangle à partager", p.157 du fichier élève ESPER*].
26	**E2**: Voilà celle-ci. Je trouve que là ça a pas tout, mais il y a beaucoup de choses où tu passes directement à t'es un peu dans la base, dans les fiches, puis là tu passes vraiment un truc où je dois mettre en place les notions que j'ai apprises. Et souvent pour beaucoup d'élèves, c'est compliqué.
27	**L**: Ok.
28	**E2**: Ça clairement. Après le reste, on a quasi tout fait. Heu...Ce qui a été dur aussi. C'est ça. Quand tu dois faire sur les, sur les, les droites, les traits, passer à la vision de ça et ça. Justement, il y avait des petites bandes comme ça qui étaient proposées. Je les ai pas trouvées dans la boîte parce que moi j'imaginais qu'il est une bande de la même longueur que ça, tu vois, puis qu'il puisse se dire ah ben cette bande, elle y est trois fois, puis elle est toujours divisée en trois. Donc si je vais jusque-là, j'en ai mis deux entières plus, c'est toujours la même chose. Du coup j'en avais découpé des qui existaient. Enfin voilà, on n'a pas trop. Enfin j'ai pas fait le lien avec ça et j'ai pas trouvé les bons trucs. Et après ça, on l'a fait dans le couloir. En vrai, on a mis du scotch avec, heu ouais. On a mis du scotch, on a séparé, en je sais plus, en tiers ou ça c'était égal. Et puis là ils ont pu marcher, tu vois un peu faire les pas. Et ça, ça a aidé les derniers élèves qui avaient du mal. Puis on leur donnait des étiquettes. "Ben va te placer sur la droite à ça", tu vois deux plus un tiers. Et là, truc de faire un grand saut, deux grands sauts, tu vois. Puis deux petits. Enfin voilà. Et ça, ça a pas mal aidé. Et tu vois ça, par exemple j'ai fait dans le couloir, ça on a fait quelques en classe, et ça ils ont pas fini, typiquement. C'est ce que je te dis.
29	**L**: D'accord, "Codages", "Décodage" difficile ?
30	**E2**: Les bons élèves, ils vont jusqu'à là. Voilà, ça difficile [*Montre la partie B de "Décodage"*]. Et puis certains ça ils ont fait quelques-uns, puis après on a fait dehors, puis en faisant dehors ils comprenaient. Donc on est passé quoi.
31	**L**: Qu'est ce qui ... Est-ce que tu arrives à me dire plus précisément ce qui a été difficile pour les élèves avec ces exercices des droites ?
32	**E2**: Alors ben là par exemple, je trouve que c'est un peu la mise en page, la feuille. C'est à dire que, ben, là [*Montre la fiche "Codages"*], il y a la première droite. Et en fait moi, ce que je le remonte souvent c'est tu vois, comme là je trouve, je, je montre qu'une chose à la fois, tu vois. Genre là, moi j'aurais montré ça [*Montre la première droite de la fiche et cache le reste avec sa main*], ils ont ils ont les trucs en dessous, tu vois, déjà comme ça, ils s'intéressent que à ça. Là en fait, l'élève il va regarder toutes les droites. Il va se dire "Ah, j'ai pas compris". Enfin voilà. Et ce qui était aussi embêtant des fois, c'est que là tu vois, typiquement, il n'y a pas deux solutions [*Montre les cases grises pour écrire la fraction et la fraction "somme" du point A*]. Puis en fait, ben souvent ils remplissent pour remplir. Enfin, ils ont pas compris quoi. Enfin ... Et puis ils remplissent, puis toi tu leur expliques que non. Et ça, c'est surtout ça, c'est toutes les droites à la suite et ils prennent pas le temps d'analyser à en combien elle est divisée. Donc ouais, ou alors au début je sais aussi des petites questions qui guident. Enfin voilà, ta droite est divisée en combien ? Ou comme quand on fait à l'oral ensemble, puis là qui est tout sur la feuille et puis qui est les lettres et puis enfin voilà. Ça c'était compliqué. Mais ça, typiquement, on a fait au rétro ensemble, on a fait dehors, puis ça a roulé. C'est juste peut être la présentation. Et aussi ouais, je trouve, s'ils manipulent pas ce truc, de comprendre que "Je suis allé jusqu'à 1. Puis après donc j'ai 1 plus quelque chose". Enfin ouais.
33	**L:** Ouais.
34	**E2**: Je pense aussi. Peut-être que ça, ça a pas été assez fait en détail qu'ils ont pas... Je pourrais pas te dire comme ça, tu vois.
35	**L**: Donc ce que tu me dis, c'est que ici, ce qui a été difficile, c'est après cette écriture-là ? Donc x unités plus...
36	**E2**: Voilà. C'est de trouver les deux. Une fois qu'ils ont compris, tu vois, ils pigent. Et puis en fait la première elle est facile parce qu'en fait tu pars du zéro, puis tu leur demandes de compter les sauts.

	Donc ils font un, deux, trois, quatre, cinq et puis après ils disent "Ha ben la droite elle est divisée en deux, cinq sur deux".
37	**L**: Oui.
38	**E2**: Et après certains vont se tromper parce qu'ils ont pas vu que sur deux. Mais tu vois, la première écriture est hyper basique parce qu'ils comptent. Donc ça, ça va.
39	**L**: Ça, ça va, la fraction, même si c'est plus grand que un ça va?
40	**E2**: Ça, ça va. Parce qu'en fait tu leur expliques que tu, depuis le zéro, tu fais des sauts quoi. Enfin, tu vois un, deux, trois, etc. Ce qui est dur, c'est de passer à la deuxième écriture et c'est ça qui a aidé de faire avec ça [*Montre "Le même trait", p.130 du fichier élève ESPER, et prend une bande bleue correspondant à la longueur de l'unité sur les droites de la fiche*]. Parce que ben tu te dis ok, j'en ai une entière donc elle est remplie, puis après ben là je peux pas en mettre une deuxième, je dépasse, enfin tu vois un peu avec du langage, donc là il y en a une entière plus voilà. Et de faire dehors avec les vraies et marcher sur la droite quoi.
41	**L**: Ok, donc quand ils ont fait, tu leur as, ils avaient ce matériel, la bande bleue à disposition ?
42	**E2**: En fait j'ai pas trouvé le matériel. C'est moi qui leur ai découpé des bandes et oui, ils avaient une bande qui passait. Nous, on a fait celle-là ensemble et ils avaient ça qui passait. Puis on l'a montrée ensemble. Les deux bandes ça fait deux, enfin voilà. Ouais oui, ça ils avaient du matos.
43	**L:** Et... Est-ce que celle-là tu l'as fait aussi à la suite [*Je lui montre "Décodage"*] ?
44	**E2:** Alors celle-là que les bons élèves, ouais.
45	**L:** Donc ça, c'était plutôt en plus ?
46	**E2:** Ça c'est les bons élèves. Je te dirais qu'il y a six élèves qui ont fait.
47	**L**: Ok.
48	**E2**: Parce qu'en fait ça, ça rejoint toutes les autres branches. C'est qu'en fait tu t'occupes beaucoup d'eux et du coup tu as besoin un peu de voilà. Et puis ben ça c'est vrai que si t'as déjà pas compris. En fait ça, ça irait encore je dirais [*Montre la partie A de "Décodage"*]. Mais là tu vois, tu dois choisir la bonne droite [*Montre la partie B de "Décodage"*] et là ça commence à... Ben justement c'est plus difficile. Mais là tu dois commencer à te dire "Ma droite est divisée en trois, donc quand c'est sur trois, je dois aller sur cette droite-là". Et puis aussi, en fait, je pense qu'on aurait pris plus de temps si on n'était pas... Pas en retard, mais on avait aussi envie d'aller. Enfin moi je trouve qu'au début elle est bien, puis plus tu vas rapidement aussi, tu fais beaucoup, tu arrives à un but un peu. Tu vois, là t'es un peu un entre deux. Je fais un peu des fractions, mais j'aimerais les amener à des nombres à virgule. Enfin tu vois, t'es un peu un. Est-ce que j'ai besoin que tous les élèves y arrivent ? Pas forcément. J'y vais quand même. J'ai envie de continuer un petit peu, creusé quoi. Donc t'es un peu un entre deux. Enfin nous on a fait le choix de se dire ben tout le monde n'a peut-être pas pigé et puis voilà.
49	**L:** Justement, ma question allait être selon toi, c'est quoi l'objectif de cette activité? À quoi est ce qu'elle sert ?
50	**E2:** Bonne question. Ben après à... Ben quand tu reviens aux nombres à virgule plus loin pour placer, c'est la même chose quand ils disent un plus un dixième, ben un plus un dixième, tu vois, ça fait un virgule un. Tu vois.
51	**L:** Donc c'est pour faire le lien après quand il faudra placer des nombres à virgule avec la droite ?
52	**E2:** Si c'est la bonne réponse. Non mais enfin voilà. Oui, c'est un peu l'apprentissage des droites, tu vois, Parce qu'après ça revient avec des nombres à virgule plus loin.
53	**L**: Ok. Ouais.
54	**E2**: Puis c'est vrai que tu vas aux nombres à virgule. On est allé déjà un peu plus vite parce qu'ils ont déjà peut être cette base de dire je vais jusqu'à un c'est un puis après plus un dixième plus machin. Mais

tu vois, je trouve qu'après on le reprend beaucoup avec un plus deux dixième plus trois centièmes et ça, ça leur parle beaucoup plus. Pour les nombres à virgule que tu vois ici, ça en met quelques-uns dedans, mais il n'y a pas encore ce lien avec le nombre à virgule.

55 **L:** Ok, très bien. Merci. Intéressant.

56 **E2:** Ouais. Après oui, tu me disais si j'avais fait toutes les fiches. Donc oui, on a fait quasiment tout. Puis les problèmes justement, on en a... J'en ai pas fait beaucoup.

57 **L:** Je te vois regarder le, le plan de chapitre qu'on trouve sur ESPER. Tu l'utilises pour planifier ? Comment ?

58 **E2:** Alors nous en fait, si tu veux, je peux te montrer. On se refait tout le temps une planif, mais c'est un document. On fait tout le temps le, le nom de l'apprentissage visé, puis après on met dans l'ordre les trucs introducteurs. Enfin, on met, on liste. Si celui qui prépare, il voit déjà un truc qui est compliqué ou qui n'a pas de sens, il l'enlève. Mais sinon on laisse tout et après on met une case pour cocher dire j'ai fait, j'ai fait, puis on se fait aussi une case des fois matériel ok, qu'est-ce qu'on a besoin ? Mais en règle générale, ouais, je pourrais t'envoyer aussi le document. On prend ça, enfin chacun regarde, on va plutôt faire dans le truc, dans l'ordre. Enfin voilà.

59 **L:** Ok, donc là, après l'ordre dans lequel c'est écrit, c'est pas forcément l'ordre que vous allez suivre ?

60 **E2:** Oui, oui, de base, souvent on suit quand même dans l'ordre, mais par exemple, on va dire "Intro: il y a ça, ça, ça". Typiquement, tu vois, là, on n'a pas fait un jeu de fractions et jeu des dixièmes, il y avait beaucoup trop de matos à découper. Et tu vois, ça, c'est un truc que je pourrais demander à quelqu'un de pro. J'ai ... J'aurais pas introduit comme ça. Enfin je trouvais dur, enfin je voyais pas le lien tu vois. Alors finalement, il faudrait peut-être que je prenne le temps de bien regarder ce jeu et de pouvoir le mettre en place, tu vois ? Donc oui, après on dit à la personne voilà, il y a ça en introduction et ensuite il y a ça, ça dans l'ordre. Et après chacun fait un peu comme il veut. Je trouve que là ça se prête bien à aller dans l'ordre. Dans d'autres opérations ou autres, peut-être pas, mais là ça se prête à aller dans l'autre. Puis des fois on ajoute le jeu en trop comme ça.

61 **L:** Et vous allez après dans l'ordre des apprentissages visés ?

62 **E2:** Oui, ça on a fait dans l'ordre. Et puis après, les problèmes de base qu'on essaye de faire, c'est de regarder quel problème irait avec quel axe. Apprentissage ouais pardon. Et se dire ben celui-là il est plus avec là. Donc on le met à la suite, comme ça on fait pas tous les problèmes à la fin. Enfin voilà.

63 **L:** Ok. Et à quel moment de l'année vous avez travaillé les fractions ?

64 **E2:** Alors on a commencé en janvier à peu près. Ok, on a fait une période par semaine parce qu'on faisait d'autres thèmes en parallèle

65 **L**: Sur cinq périodes ?

66 **E2**: Voilà. Et une ou une et demi, tu vois, des fois en équité, enfin voilà. Mais on a travaillé une fois par semaine et puis en fait, aux vacances des relâches, on s'est dit que là il fallait qu'on bouge. Parce qu'en fait ça allait long. Et puis on voulait gentiment que les enfants aient les nombres à virgule parce qu'après tu vois, il y a des problèmes de nombres à virgule. Enfin voilà. Et du coup on a dit juste des relâches jusqu'à Pâques, on boucle ça. Donc on fait deux trois avec juste un autre thème à côté. On a fait un peu des problèmes et on boucle, boucle ça pour aller plus vite. Puis là on arrive aux vacances de Pâques et on a gentiment fini.

67 **L:** Ok. Donc vous êtes à la fin ? Donc vous avez fait le lien fraction code à virgule ?

68 **E2:** Oui, moi mes élèves ils sont sur les dernières fiches. Ouais. Et là on a fait le truc comparaison de nombres, enfin là on a fait le lien, on est passé à oui, exactement.

69 **L:** Et tu, tu vas évaluer, tu as évalué.

70 **E2:** On évalue en TA.

71 **L**: Ok.

72 **E2**: Ouais, on a fait, on a fait un premier TA au tout début sur, sur les bases, juste avec les dessins, là. Donc ça, ici, avec les dessins, puis tu dois reproduire, et puis aussi la double écriture, enfin cinq sur trois, enfin ici tu vois, treize sur quatre c'est un plus machin. Mais on liait tout le temps avec genre là par exemple, on a fait ça avec je dis n'importe quoi du livret, tu vois, on faisait d'autres choses, on ne faisait pas que ça. Et puis là on vient de faire un deuxième TA sur justement ce qui est l'écriture avec des centièmes, des dixièmes sur les droites, etc. Avant, juste les nombres à virgule en fait. Donc je te dirais jusqu'à je sais pas. Allez la fiche la fiche 40. Ouais, jusqu'à la 40 on a fait un deuxième TA où là on a justement mis ce qu'il y avait dans les dernières fiches. Donc là ils ont l'écriture unités plus fractions, enfin unités plus fractions donne un nombre à virgule, des droites, etc. Puis là on a lié aussi aux quatre opérations, enfin on a ajouté multiplication, division, etc. Et puis là on va faire un dernier après les vacances sur les nombres à virgule. Les chiffres de, les comparaisons, les placements sur les droites et puis l'encadrement. Et ça, ça sera un dernier. Donc en tout, on aura fait trois TA sur le thème des fractions.

73 **L**: Ouais, ok.

74 **E2**: Et ben si c'est à refaire l'année prochaine, on aimerait boucler ça. Enfin moi je pense. Faudrait boucler ça justement avant janvier pour finir en janvier.

75 **L:** Donc commencer plus tôt à traiter de ça. ?

76 **E2:** Je pense qu'au début on a pris trop de temps sur les nombres naturels.

77 **L:** D'accord.

78 **E2:** En fait tu vois, on faisait de nouveau qu'une période parce que tu fais d'autres thèmes, puis en fait les nombres naturels, on a un peu traîné, ce qui était bien parce que moi de base je le faisais jamais. Les nombres naturels, tu faisais vite fait et là je trouve que tu traites bien. Mais en fait on a perdu trop de temps. Et en fait dans ESPER, il y a quand même beaucoup après de nombres à virgule. Et en fait, ben eux ils veulent que tu aies fini ça justement avant d'introduire les nombres à virgule. Mais au bout d'un moment tu es bloqué, tu as vu qu'on était en décalage. Donc je pense que je proposerais aux autres de faire nombres naturels jusqu'en automne en triant. Parce qu'en fait nous on a eu beaucoup de mal à trier, on a fait trop. Donc à se dire voilà une fiche sur deux tu vois, ou quelques petites intros et que depuis les vacances d'automne tu commences les fractions. Et puis aussi par faire une période par semaine parce que nous justement, ça traînait, ça traînait, puis au bout d'un moment, tu vois pas le bout, tu vois. Alors moi je suis là, mais c'est quand qu'ils vont faire ce lien ? Non mais c'est vrai. Puis en fait il est méga bien fait, mais nous ça a duré dans le temps quoi.

79 **L:** Est ce qu'il y a des élèves avant d'arriver vraiment aux fiches qui amènent la fraction décimale au code décimal à virgule, il y en a qui avaient déjà fait le lien avant ?

80 **E2:** Et puis déjà certains au tout début. Enfin moi il y a un des élèves au tout début, quand je leur ai dit la fraction, ils m'ont dit "oui, mais en fait la fraction c'est une division qui donne un nombre à virgule". Et j'ai dit oui, très bien, mais après d'autres, tu vois, même nombres à virgule, nombres décimaux. Enfin voilà. Mais oui, certains élèves ont déjà capté. Mais après ce qui est bien c'est que je trouve qu'ils captent, mais ça, ça les aide aussi. Après à faire la décomposition du nombre parce que c'est quoi un nombre à virgule, tu vois, c'est l'unité, la virgule dixièmes centièmes, tu vois ? Et après c'est aussi de pouvoir quand tu compares. J'ai fait ça aujourd'hui de comparer. C'est pas seulement lui les plus grands. Pourquoi ? Parce qu'il a plus de dixièmes que l'autre, tu vois? Ou enfin ou quand tu le mets en centièmes 138 centièmes, ben c'est plus que 128 centièmes, tu vois.

81 **L:** Donc ça les aide à comprendre les nombres ?

82 **E2:** Et aussi ça les aide dans les additions à virgule, à aligner. Enfin je trouve. Et tu vois ça, je me dis. Il capte ce truc que c'est pas juste une virgule qu'il faut mettre n'importe où. Mais en fait, les dixièmes, ils vont avec les dixièmes, comme si tu fais une addition normale. Les milliers vont avec les milliers, tu vois. Ouais, donc ça je pense que ça aide.

83 **L:** Donc ça, tu vois vraiment la plus-value ?

84 **E2:** Moi, clairement. Et là, moi, je me sens aussi beaucoup plus à l'aise de parler de nombres à virgule. Tu vois, je trouve que ça sort pas de nulle part. Bon ben voilà, vous avez 2,2. Mais c'est quoi ? Ben c'est deux. J'ai jamais dit c'est deux unités et 2 dixièmes, tu vois. Et j'ai vu que dans ESPER, ils veulent des fois que tu dises ça plutôt que 2,2. Eux ils disent tu peux dire deux unités et 2 dixièmes, tu vois. Ouais mais voilà, après je peux pas dire à quel moment ça va les faire enfin. Mais j'ai l'impression que certains ça les touche. Après, tu as toujours les bons élèves qui eux ils ont pas besoin de ça, Ils ont tout compris les maths et puis voilà, voilà. Mais, mais je pense que justement pour les élèves qui sont au milieu et ceux qui ont de la difficulté, ça les aide de ouf. Et tu as le dessin, tu vois aussi dessiner. Et moi j'ai aussi beaucoup utilisé le matériel, là, le gros carré de. Ouais je suis nul pour le lexique, mais ce truc de carré.

85 **L**: Ha le bloc base dix ?

86 **E2**: Exact, ça tu vois, ça les a beaucoup aidé aussi. Je passe moi dans les groupes, je leur donnais puis je leur dis bon maintenant avec ça, c'est quoi comme nombres à virgule ou c'est quoi en fraction, tu vois ? Ils disaient ah ben il y a deux gros donc ça fait deux. Puis après il y a trois barres, donc ça fait trois dixièmes et après il y a quatre petits carrés, donc deux virgule trente-quatre. Ok. Et ça, ça les ça les a beaucoup aidés. Tu peux beaucoup montrer avec du matos, trop bien, ça sort pas de nulle part. Puis ce coloriage sur les feuilles aussi, tu sais, ce truc-là ? Ouais, je colorie ça.

87 **L:** Ça, ça aide aussi de colorier des carrés avec des, des centièmes.

88 **E2:** Oui. Puis qu'ils se rendent compte que un c'est l'unité. Les barre, enfin les longueurs c'est des dixièmes. Puis les petits carrés c'est des centièmes.

89 **L:** Ça c'est un lien qu'ils ont fait.

90 **E2:** Ont fait clairement. Ouais, ouais, puis ça aide les élèves qui ont du mal juste de dessiner, tu sais. Oui, puis beaucoup avec cette feuille-là [*Montre "Comparer des nombres à virgule", p.152 du fichier élève ESPER*]. Tu vois, j'ai fait ça ce matin, Ça c'est trop bien. Mais comparaison des nombres, c'est hyper bien parce que c'est des c'est des vraies preuves. Ouais, ouais. Donc voilà, ça, ça aide beaucoup parce que moi, justement, ce matin, je leur ai introduit en disant ben, 2,1 ou 1,98, quel est le nombre le plus grand, vous pensez ? Bon, quasiment tout le monde a dit deux parce que c'est deux, donc voilà. Mais après je leur ai dit maintenant je veux des preuves avec ce qu'on a vu en classe. Puis ils m'ont sorti les trois trucs. Un élève m'a dit "on pourrait placer sur une droite", puis j'ai dit Ouais, et ben on remarquerait que 2,1, il est plus loin. Ok. Un autre m'a dit "on pourrait décomposer", puis on remarque qu'il y a plus de dix. Enfin voilà. Et un autre m'a dit "on pourrait colorier comme on a vu", puis voilà.

91 **L:** Donc ça, ça aide.

92 **E2:** Et puis du coup, là on a fait ensemble pareil, je pensais que ça allait prendre. Non mais on a fait vite fait ensemble, tu vois, on a fait au rétro et tout. Puis là pareil, ok, on va prouver que en dessinant, en mettant sur une droite et en décomposant. Puis ben je leur ai dit maintenant, quand vous faites ce genre d'exercices là, tu vois, si t'as un doute. Pas pour tout, mais au début tu peux te dire ah ben j'aimerais venir sur une droite où j'aimerais colorier et puis voilà. Puis je trouve Tu as des preuves en fait de leur expliquer. Tu vois, avant j'étais dans le bain, ça c'est plus grand parce que tu mets un zéro, tu vois bien que 70 c'est plus gros que 07. Mais là tu as des preuves, tu peux leur dire "Viens, on colorie".

93 **L:** Donc toi aussi, en tant qu'enseignante, ça t'aide à t'appuyer sur quelque chose ?

94 **E2:** Oui, clairement. Et ça m'aide...Pas à comprendre. Je savais un nombre à virgule qui avait dixièmes, mais je trouve ça. Non mais vraiment, ça te parle. C'est vraiment la décomposition du nombre à virgule quoi. Ouais, non, ça, ça a beaucoup aidé. Et le lien avec les droites.

95 **L:** Ben merci pour tout ça. Tu m'as déjà dit beaucoup de choses et on a beaucoup parlé de *Codages* et *Décodage*. Ça tombe bien, c'était une activité qui moi m'avait intéressé, m'intéresse. J'en ai d'autres, je te propose de te les montrer et puis tu me dis si tu es d'accord, on en discute un peu. Donc ça "Fraction de bandes". La partie 1, tu me l'as déjà un peu montré, mais j'aimerais qu'on regarde la partie 1 avec la partie 2, on peut les comparer. Et puis j'ai pris aussi "Deux écritures pour un même nombre 1 et 2". Alors je sais pas par où tu aimerais commencer ? S'il y en a une qui te parle plus.

96 **E2**: Comme tu veux.

97 **L**: Alors on commence par celle-là "Fraction de bandes". Donc tu les as faites les deux ?

98 **E2**: Oui.

99 **L** : Est ce que ... Déjà la première, comment ça s'est passé pour les élèves ? Enfin, tu l'as utilisé assez au début, j'imagine.

100 **E2:** Oui, c'était une des premières feuilles, donc celle-là, ça allait assez rapidement, ils pigent assez vite. Ben c'est quand même un truc. Visuellement, c'est hyper bien fait, donc tu as la barre en haut, puis tu leur expliques justement que c'est une barre, puis ensuite tu peux bien montrer que un sur deux, le chiffre du bas c'est les deux parties et puis que le un c'est ce que tu as mangé ou coloriés ou machins. Donc ça j'avoue que c'est assez vite fait.

101 **L:** Et les élèves ont eu des difficultés dans celle-là ?

102 **E2:** Franchement, je crois pas. Il me semble que dans vraiment pas, ça fait partie des premières. Oui, dans les premières il y a vraiment, je pense que ça a pu être fait en cinq minutes et c'était fait.

103 **L:** Ok. Donc de passer de cette écriture un barre deux de la fraction au coloriage de la bande, pas de souci, ça s'est bien passé ?

104 **E2**: Ouais.

105 **L:** Ok. D'accord. Et là, dans la partie deux ?

106 **E2:** Alors là, ben tout de suite c'est plus dur parce que déjà ils doivent choisir la bonne. Donc déjà visuellement, pour certains élèves, c'est compliqué parce que ben enfin, ils se disent "ah il y a beaucoup, enfin je vois pas". Et puis il faut bien réexpliquer que tu dois choisir celle qui permet de mieux représenter ça. Donc là on y allait par petits bouts en disant ben là tu te souviens, c'était divisé par deux, on a regardé deux parties, donc si là c'est sur deux, il faudra choisir une qui est sur deux. Ce qui est bien c'est que c'est vite, enfin c'est vite vu. Enfin voilà, là on a deux, là on a trois, là on a quatre, puis après ben c'est ce truc justement. Donc passer à une deuxième passe, tu en as trois. Mais une fois qu'ils ont fait le choix des trois, ça va assez vite parce que c'est comme là. Ah ben je dois en colorier trois donc bam bam bam.

107 **L:** Donc la difficulté c'était dans le choix de la bonne bande.

108 **E2:** Ben je pense que visuellement peut être tu vois ou je sais pas s'il y avait des flèches ou pour montrer qu'il y avait trois trucs. C'est juste ça. Après, du moment où ils ont compris qu'il fallait choisir celle-là, en fait, il y a double tâche par rapport à l'autre. Tu vois, là, il n'y a qu'une seule tâche, tu lis, tu dessines, mais là tu dois quand même choisir. Et ensuite, ben voilà, colorier.

109 **L:** Et par rapport... Au but de cette activité, est ce que le fait que ce soit des fractions plus grandes que un, ça a posé des difficultés ou c'est quelque chose que tu avais vu déjà avant ?

110 **E2:** Non, j'avais pas forcément. Attends, je sais plus. Peut-être que oui, j'avais fait ce truc au tableau de dire "ben si je veux trois sur deux de pizza, ben en fait j'en aurais une en plus parce que ma première elle est divisée en deux donc j'ai pas assez de parts". Non, peut être que j'avais vu ça au tableau juste pour introduire, mais bon. Moi c'est resté très vocabulaire de, de nourriture et tout. Je ne suis pas allé plus loin dans pourquoi c'est comme ci et pas comme ça tu vois. Donc c'est resté très vocabulaire de "j'ai besoin d'une branche de chocolat, je l'ai en trois mais j'en veux manger quatre donc il m'en faut une deuxième pour la compléter". Et puis j'en ai toujours une entière, mais là non. Après ben justement c'est ça, ils doivent choisir. Et puis ils doivent bien se rappeler. Ce qui est dur aussi pour des élèves, c'est je sais plus le premier, enfin tu vois le chiffre du dessus, est ce qu'il représente combien est divisé ma barre ? Mais enfin voilà, c'est ça qui peut les perturber. Certains vont prendre celle du trois parce qu'il y a trois, puis après en dessiner deux. Oui, ça, ça peut être le blocage aussi.

111 **L:** Est-ce que par exemple pour celle-là, là c'est vu que c'est huit sur quatre, est ce que certains ont dessiné par exemple la deuxième bande ou non? Ils ont vraiment compris que comme il y en a.…

112 **E2:** Oui, mais je crois que une fois qu'ils ont bien vu ce truc de en bas c'est partagé. C'est en combien c'est partagé. Et en haut, c'est ce que j'ai mangé ou colorié. Non, ça, ça va assez bien.

113 **L:** Ok, tu les as fait à la suite?

114 **E2:** Oui, il me semble que je les ai fait.

115 **L:** Tu as fait dans l'ordre.

116 **E2:** J'ai fait dans l'ordre de suite. Après, il y avait d'autres dessins, puis après.

117 **L:** On est revenu à ça. Mais comme tu as dit avant, parfois tu as fait appel à Tu te rappelles dans celle-là comme ça ?

118 **E2:** Ah ben tu te rappelles dans la 18, c'était ça? Ou au tableau on avait une barre. Et puis elle est divisée en deux. Un basique. Ou alors un rappel aussi. Avec ça, tu vois des pizzas. Oui, vous avez des cartes comme ça, ça fait un petit rappel. Puis après ben là c'est la même chose, sauf que on en a besoin d'une en plus etc. C'est exactement ça, c'est toujours des rappels au tableau etc. Et c'est beaucoup aussi le truc avec cette séquence. Je te le dis, je sais que ça ne va pas dans tes questions, mais tu dois beaucoup faire avec eux. Moi je les laisse pas avancer, tu vois. Jamais. J'ai dit à mes élèves "Aujourd'hui vous avancez jusqu'à la fin". Je trouve qu'il y a quand même beaucoup de moments où tu dois reprendre en commun et je pense que j'aurais pas du tout laissé mes élèves par rapport à d'autres collègues qui ont fait ça d'avancer seul. Ok, tu vois, de dire ah ben on a, j'ai introduit ce que c'est une fraction "Allez y maintenant, vous faites les fiches à la suite".

119 **L:** Tu dis par exemple faire "Fraction de bandes 1" avec eux, puis après tu dis ok, faites la 2 ?

120 **E2:** Ouais. Ou alors vraiment ouais, ouais. Oui, il y a des fois tu les laisses avancer, bien sûr, tu leur dis "On a fait la une, vous pouvez aller jusqu'à là". Mais tu vois, là par exemple, j'aurais fait ça et après je les laisse faire ça seul, mais après je les aurais jamais lancés dans ça sans avoir fait un rappel. Ouais, ouais. Puis après la période d'après, c'est ok, le numérateur est plus grand, enfin voilà. Et puis du coup on fait ça ensemble et puis là on s'arrête parce qu'elle est droite donc je peux pas les laisser faire seuls.

121 **L:** Donc tu dis en fait, chaque fois qu'il y a un peu une représentation différente, donc là c'est des surfaces, après c'est des bandes.

122 **E2:** Après là tu vois, c'est de passer de ça à ça, finalement, ils ont compris une fois que c'était. C'est plutôt de... On est sur des dessins, puis après on passe à une droite, tu vois. Pour moi. Tu peux pas les laisser avancer seul avec des plans de travail et dire aujourd'hui cette semaine on travaille que ça. Tu vois, je trouve que chaque leçon doit être bien préparée puis bien amenée, avec du matos et tout, puis qu'à chaque fois après tu fais ton intro. Ils peuvent avancer dans une ou deux fiches comme ça. Oui, mais je les aurais jamais laissé aller trop loin seul.

123 **L:** Et ça c'est pas le cas dans d'autres thèmes, dans d'autres séquences.

124 **E2:** Oui, dans d'autres thèmes, tu vois "Opérations" il y a une liste de problèmes. Aujourd'hui, je dis voilà, il y a ta, ta ta ta ta ta. Puis là, chacun avance. Ceux qui avancent vite, ils peuvent se corriger. Je fais confiance, tu vois, d'autre faut venir vers moi parce qu'ils ont pas compris le problème, etc. Voilà, là c'est beaucoup moins. Dans "Isométrie", tu vois, on va commencer là. Là je pourrais dire je fais une intro symétrie, translation, puis après allez-y les gars, tu vois. Il y a les fiches puis on y va. Là, je trouve que c'est quand même beaucoup ensemble, on essaie de les accompagner. Ouais, enfin oui, moi oui. Et donc. Ça ouais. Et il y avait ça. Ouais.

125 **L:** Ouais. Deux écritures pour un même nombre.

126 **E2:** Ben ça, tu vois, c'est vachement bien expliqué parce que tu as l'explication ici. Donc finalement ils ont un exemple. Ce qui est dur pour eux, là, c'est ça après.

127 **L:** Donc H, I, J.

128 **E2:** Parce qu'il y a des bandes qui sont en fait. Il y a même celles-là, tu vois, il y a des bandes, mais en fait elles sont plus, elles sont complétées parce qu'elles sont entières, puis certains vont se dire mais

en fait celle-là, elle est divisée en combien ? Enfin, c'est une. Mais du coup oui, ça leur permet de faire ça une sur, du coup ça leur permet de faire beaucoup la deuxième écriture parce que j'ai une bleue plus, enfin voilà. Mais la deuxième ça bloque parce qu'ils se disent moi je sais pas, j'en ai une puis j'en ai deux sur quatre tu vois. Et ils ont oublié que c'était séparé, Ça, ça peut bloquer.

129 **L:** D'accord. Ouais. Et là, comment ? Comment tu as relancé là ?

130 **E2:** Tu vois, ils sont venus et je leur ai dit justement Ok, ta fraction ici, elle est sur quatre, enfin tu vois, elle est divisée en quatre. Mais du coup, la première, on avait dit quoi sur les fractions quand on séparait un gâteau et tout ? "Ah ben ils sont tous dans les mêmes, ils ont découpé les mêmes parties" et je dis ben ouais. Donc là elle est aussi en quatre. Et puis j'ai dit "ben tu peux prendre ton crayon puis dessiner" pour ceux qui avaient encore du mal. Donc eux ils se sont dit "bah ok, c'est quatre et là aussi". Donc donc deux quatre plus un cinq, tu vois.

131 **L:** De séparer la bande en entier par quatre comme l'autre et après ça va.

132 **E2:** Exacte. Et certains, ben tu vois, ils te font les deux avec le crayon, puis après ils ont compris donc ils se disent ok là c'est quatre, donc quatre huit, tu vois, ils le font à l'oral, voilà. Mais c'est vrai que ça c'est la difficulté de cette fiche-là, c'est très bien expliqué, ils y arrivent très bien, puis finalement là ils arrivent bien à faire la première écriture parce que c'est plus séparé, tu vois, Mais ils ont du mal à revenir à la deuxième. Ouais, c'est les deux difficultés.

133 **L:** Et le fait que ce soit inversé, ça, ça change rien ça.

134 **E2:** Ça il me semble pas Non, je crois pas trop parce que du coup c'est vraiment bien noté je trouve. Tu vois, avec les cases grises. Oui, j'avoue que s'il y avait juste des lignes puis tu leur disais écrite de manière peut être là ça devient compliqué, là ça les guide, je trouve vraiment bien.

135 **L:** Ok, les cases grises ça les guide.

136 **E2:** Tu vois là c'est ça, ok, là on doit écrire, on veut qu'une fraction, puis là tu vois très bien qu'il y a une addition d'un chiffre plus d'une fraction. Voilà. Mais là, c'est clairement le blocage.

137 **L:** Ouais, ça c'était plus difficile. Mais après cette explication, ça allait.

138 **E2:** Oui, ça allait et c'est le but finalement. Tu vois, tu as compris ça. Maintenant, tu dois comprendre que la première, elle est, elle est divisée, la même chose que l'autre, mais c'est de revenir en arrière en fait. Parce qu'ils ont compris que c'était un plus, quelque chose, puis de faire le pas en arrière. Oui, mais ce 1 il est déjà divisé en 4, donc ça m'en fait quatre. Voilà. Mais oui, une fois que tu dessines ou que tu réexplique, c'est bon.

139 **L:** Et tu dis revenir en arrière, ça veut dire revenir à ses premières représentations avec le gâteau.

140 **E2:** Ouais, tu vois là. Ou alors comme tu dis, là c'est l'autre ordre. D'abord je fais en entier trois ok, trois sur deux, puis là je me dis Ah combien j'en ai une de rempli une, puis combien, Enfin voilà, tu vois combien il m'en reste. Puis là on met une difficulté en plus parce qu'on leur demande le contraire, puis après c'est plus dessiné, donc ils se disent ben ouais, j'ai compris, c'est un puis voilà. Enfin ouais.

141 **L:** Et la 23, du coup la 24 ["*Deux écriture pour un même nombre 1 et 2*"]. Donc là, elles se suivent. Donc j'imagine que tu les as faites à la suite.

142 E2: Bien sûr.

143 L: Est-ce que là où c'est enfin, c'est donc l'inverse, qu'est-ce que. Est-ce que ça a été ? Comment ça s'est passé ?

144 **E2:** Alors franchement c'est... Bon. Alors certains sont allés très vite sur le dessin, les bons élèves, les très bons élèves.

145 **L:** Donc tu n'exigeais pas forcément le dessin ?

146 **E2:** C'est pas que j'ai pas exigé, c'est qu'ils ont fait sans. On a lu la consigne et j'ai dit voilà l'exemple ta ta ta. Et en fait certains sont venus parce j'ai comme d'hab des supers bons élèves dans toutes les

	classes et ils sont venus et j'ai dit "ah mais t'as pas dessiné"! Donc je leur ai quand même demandé "Après j'aimerais que tu vérifies comme ça, ça te permet de t'auto corriger". Donc ils ont vérifié, voilà, du coup ils ont vérifié et pas leur demander finalement de colorier pour colorier à ceux qui ont compris. Puis d'autres justement étaient bloqués. Et en faisant le dessin, ça, ça aide de ouf quoi. Ok. Et alors ? Ils peuvent être bloqués au début, mais tu as juste à les lancer je trouve. Tu vois, genre huit cinquième Ok. "C'est en combien ? Ma figure est divisée ?" Puis tout de suite l'élève te dit "Ha colorier huit" Ok, alors hop hop hop ! Donc maintenant. Puis après de bien reprendre comme c'est fait, tu vois, de dire "tu en as colorié combien ?" "Ah ben 1 donc ça vient là", tu vois. Puis même, tu peux mettre des couleurs ou relier ce un, c'est ça. Et puis ensuite, Ouais, exactement. Puis après de dire dans la dernière, ici elle est en cinq et puis j'en ai colorié encore, je ne sais plus maintenant, deux, trois, ok, trois, puis de voir Ouais, ce dessin-là, c'est génial parce que tu peux vraiment montrer. Et pour les élèves qui ont du mal, ben voilà. Puis une fois que tu as fait un avec eux, c'est parti, ils ont tout compris et puis hop, ils colorient treize Ok j'en et colorie combien ? Une, deux, trois puis voilà. Ça c'est Ouais, ça c'est top.
147	**L:** Et donc le fait que là ce soit plutôt des bandes, là, plutôt des figures géométriques, ça change rien pour eux.
148	**E2:** Je crois que vraiment ça a rien changé.
149	**L:** Ils comprennent autant l'un que l'autre.
150	**E2:** De bien toujours leur expliquer que c'est que cinq, c'est quatre fois la même figure, tu vois, puis qu'elle est vraiment divisée tout le temps la même chose. Mais non, ça n'a pas fait de problème, non ?
151	**L:** Et est-ce que là, entre cette écriture là et celle-là, il y en a une qui est plus facile que l'autre ou plus difficile?
152	**E2:** Ben je pense quand même que pour la majorité des élèves, celle-là est plus simple parce que tu as juste à tout compter. Puis ça les rassure de dire ben j'en ai compté 29, tu vois. Mais après avec le dessin de passer à l'autre, clairement que celle-là est plus simple. Parce que comme je te disais avant sur la droite, tu comptes.
153	**L:** Oui mais il y a besoin de passer par le dessin, puis après de revenir, c'est ça?
154	**E2:** Moi je pense que pour la majorité des élèves, c'est ok treize sur quatre c'est que je dois en colorier treize. Donc je fais le dessin et ensuite je passe à cette deuxième écriture. Et j'ai très peu d'élèves. Quand je dis vous n'avez pas dessiné, c'est vraiment deux ou trois. Voilà, c'est ça les excellents. Sinon, ils ont quand même besoin de faire ce dessin.
155	**L:** Pour passer d'une écriture de la fraction à la fraction, décomposer une unité plus.
156	**E2:** Avec une addition. Oui.
157	**L:** Ok, très bien.
158	**E2:** Ce qui va être dur pour eux, c'est je ne sais plus. Après c'est quand tu as pris le dessin. Tu vois. Je ne sais plus à quel moment. Typiquement sur les droites tu vois, ou des trucs quand tu as plus le dessin, là ça devient compliqué. Mais je sais même plus où j'en avais fait une autre. Je ne sais plus où. Je crois qu'on mettait dans nos fiches de devoirs justement. On disait huit troisièmes écrit d'une autre manière et tu vois là, sans dessin. Alors là, chez la moitié, c'est le néant. Et du coup, moi je revenais. Si on doit faire des dessins, on pourrait dire quoi ? Vous voulez prendre du chocolat, pizza ? Enfin voilà, vous voyez. Puis là, tout de suite. "Ah bah ouais, ok". Puis direct, quand tu leur montres ce dessin, bah oui, en fait j'en ai colorié deux. Ben ouais, et puis il en reste un sur trois. Donc voilà.
159	**L:** Ça c'est branche de chocolat. C'est ça ?
160	E2: Ça c'est bon. Enfin voilà. Mais c'est vrai que le dessin, quand tu les mets après face, il n'y a plus de dessin. Là pour certains c'est galère. Si je pense que là tu enlèves et tu leur dis mets moi une deuxième écriture. Ils ont quand même besoin du dessin quoi. Ouais.
161	**L:** Mais est ce qu'après ça, ça pose problème plus loin, lorsqu'il faut passer justement à l'écriture décimale ou ?

162 **E2:** Je dirais non.

163 **L**: Tu vois, avec plutôt ces fiches-là. 136 Tout ça là, pas ok.

164 **E2:** Je dirais non. Parce que justement, moi, je me disais tu vois, il y a plein plein d'élèves, enfin tu dis bah voilà, ça viendra plus tard. Puis finalement là je te dis on est en train, enfin on a fini ça et je crois que vraiment c'est compris chez tout le monde donc je pense pas, mais il y aura plus un problème. Ouais je sais pas. Non, je crois pas.

165 **L:** Pardon.

166 **E2**: Non, vas-y, vas-y.

167 **L**: Est-ce que le fait d'avoir fait quand même, enfin d'avoir fait toutes ces étapes-là, donc avec des surfaces, des branches de chocolat comme tu dis, et tout. Ça, ça aide quand même après à arriver là.

168 **E2:** Ben en fait, c'est la question que je me pose. Je pense, vu que c'est fait comme ça, non ?

169 **L:** C'est la question que je me pose. Et je. J'ai oublié de te demander quelque chose par rapport. On revient à "Deux écritures pour un même nombre 2". Si par exemple il y a un élève qui avait colorié ça pour le A . Qu'est-ce que tu en penses ? (..)

170 **S1:** Ah oui, il a pas fait sur le même, j'ai pas eu ça.

171 **L**: T'as pas eu ?

172 **E2**: Non. Ah bah ouais, il a pas colorié sur le même.

173 **L:** Alors imaginons, cet élève arrive avec ça.

174 **E2:** Ben finalement, je pense que tu dois y faire repenser que ben faut d'abord, tu es obligé de lui expliquer que tu es obligé de remplir une avant de passer à l'autre. Que si tu arrives à compléter celle-là en entier parce que tu as déjà huit, puis il y en a cinq que tu dois d'abord faire figure après figure et que tu dois t'intéresser à la première. Dans la première, il y a combien ? Il y a cinq. Ok, alors j'en fais déjà un, deux, trois, quatre, cinq et quand celle-là est complète, je passe à la deuxième. Ouais non mais j'ai pas. Ouais c'est vrai oui, mais après je pense que ça. Venant d'avance si tu as fait avant. Tu vois, ils ont quand même une base. Parce que là, typiquement, dans les trucs à dessiner ici. Bon non. Là c'est toujours une.

175 **L:** Donc tu dis qu'ils ont appris à colorier une en entier avant de passer à la suivante, Donc ça c'est peu probable que ça arrive.

176 **E2:** Je sais pas. Faudrait... Ouais, faudrait, tu vois. Mais je crois pas. Ouais, je me dis que tu as assez dit aussi. J'ai mangé un entier puis après je passe à l'autre. Je sais pas.

177 **L:** Ouais ok, merci. Et si maintenant tu devais dire qu'est-ce que les élèves doivent retenir de tout ? Tout ce thème, de toutes ces fiches ?

178 **E2:** Ben ce que j'aimerais qu'ils retiennent, c'est la décomposition d'un nombre à virgule. C'est à dire trois virgule vingt-trois, c'est trois plus deux dixièmes plus trois centièmes. Et ça, je trouve méga important parce que ça les aide justement. Après à aligner quand il faudra aligner en colonne par exemple, parce que ben ils ont compris que ça, c'est les dixièmes, ça c'est les centièmes. Et ouais, ils faire ce changement vraiment dire je te dis trois virgule vingt-trois comment tu l'écris d'une autre manière et je te dis trois cent vingt-trois centièmes, ça s'écrit comment tu vois ? Et puis ben pouvoir faire le lien, puis après faire le lien avec ce tableau unités, dixièmes, centièmes, et puis ben placer un nombre dans un tableau, etc. Et je trouve que ça c'est le plus important. Et d'avoir en référence les trois trucs que je t'ai dit. Je peux dessiner sur des trucs. Si j'ai besoin de me vérifier, je peux utiliser une droite ou je peux décomposer. Enfin voilà. Tu vois, et on est moins sur le début. C'est pour ça que je te disais il y a comme une scission. C'est qu'au début, oui, ils retiennent les fractions. C'est un thème qu'on a fait, mais finalement pour moi c'est beaucoup plus important la fin.

179 **L:** Donc cette partie du lien.

180 **E2:** De fractions décimales et du lien que tu fais de passer de la décomposition aux nombres à virgule et.

181 **S2:** Ok, merci. Est ce qu'il y a d'autres choses ?

182 **S1:** Non, écoute.

ANNEXE 18 Transcription de l’entretien avec E3

1	**L:** Alors on commence. Moi j'ai une première question est ce que si un élève te demande c'est quoi une fraction ? Qu'est-ce que c'est qu'une fraction ? Qu'est-ce que tu lui répondrais ?
2	**E3**: Que c'est une part d'un tout.
3	**L**: C'est une part d'un tout?
4	**E3**: Oui, oui. Est-ce que tu que ça peut... Une fraction... Après, on peut rentrer dans les détails de comment on peut l'écrire, comment on peut la représenter. Qu'il a énormément de façons de le faire. Et après une fraction, ça peut être aussi le tout, ça peut être. Euh ouais, la part de ce tout. Et puis après, comment, comment faire.
5	**L**: Quand tu dis l'écrire, tu dis ...
6	**E3**: Ben si tu veux, la fraction, les je sais pas, un demi par exemple zéro virgule cinq. Qu'est-ce qu'il y aurait d'autre? La pizza. Je sais pas, les bâtons. Toutes ces représentations, quoi. Après ? Dénominateur ? L'autre, c'est quoi ? Ça fait longtemps. Le diviseur ? Je me souviens plus.
7	**L**: Le numérateur.
8	**E3**: Le numérateur. Voilà. Merci. Ouais. Est-ce que je peux dire d’autre ? Expliquer ce que c'est. Donc les parts sont toujours égales. Il faut faire attention à ça. Après, ça peut être aussi divisé par deux. Ouais, je crois que c'est...
9	**L**: Très bien, merci. Maintenant, plus spécifiquement concernant l'enseignement des fractions, comment tu as, tu as l'habitude de t'y prendre pour ce sujet ?
10	**E3**: En fait, on fait tous un peu pareil, mais on a une Intro c'est les c'est les LEGO. Ok. Du coup on prend un LEGO de huit, des gros LEGO comme ça. Et après on a plusieurs autres petites pièces de LEGO, celle qui est de deux, celle qui est de quatre et voilà. Et puis ben avec ça, on, on essaie de leur expliquer combien de petits LEGO comme ça on a besoin pour recouvrir le tout, etc.
11	**L**:Ok.
12	**E3**: Donc ouais, on a une introduction comme ça. Après moi je trouve que la pizza elle passe toujours très bien. Si on a une pizza, on a huit invités. Comment tu fais pour que voilà, ils mangent tous la même chose. Ou voilà, tu as dix parts et puis tu as huit invités. Il en reste combien ? Ça passe toujours. Ils arrivent très bien à visualiser, puis ça passe bien. On a aussi beaucoup... On travaille beaucoup avec les visuels en fait, avec le visuel. Donc dans le programme, c'est dessiné, les parts aussi. Enfin, "Dessine-moi deux parts, deux sur huit". Donc on a soit ça. Enfin, on a plusieurs formes de leur présenter et puis après c'est à eux de dessiner, je sais pas, deux cinquième où, où dire combien il y a sur pizza. Et aussi il y a aussi la barre comme ça qui est divisé. Je sais pas. Je sais pas s'il y en a d'autres d'ailleurs. Sûrement.
13	**L**: Ok, donc pizza, LEGO, la barre. Et puis avec l'écriture, vous l'introduisez tout de suite aussi avec ces représentations visuelles ?
14	**E3**: Ben il y a la partie décimale, le thème décimal qui est avant. Donc ils ont déjà un petit peu appris tout ça, enfin les décimaux. Et puis après on essaye d'introduire les grosses, les classiques quoi, les demis, les un tiers, les un sixièmes, les ... Qu'ils les sachent par cœur pour, pour la suite quoi. Là pour la 8ème, ou pour, pour le reste, quoi. Pour la 9ème, etc. Hum. Autant en fraction qu'en virgule, décimal. Ouais. Ouais. Enfin que tout soit lié en fait.
15	**L:** Et ça, ce lien, c'est quelque chose que vous faites assez vite si je comprends bien ?
16	**E3:** Ouais, tout de suite, ouais. Ouais bon, je sais pas, j'ai jamais fait ce moyen mais.
17	**L:** T'as jamais fait ESPER ?

18	**E3:** Non, non, j'ai jamais fait ce moyen. Mes collègues en 7ème, c'est la première fois. C'est la première année qu'ils introduisent.
19	**L:** Du coup, quel matériel tu utilisais? Est-ce que tu faisais tes propres fiches ? Est-ce que tu avais un autre moyen ?
20	**E3:** Du coup, on a un dossier à part. Un peu comme ... Ouais ben voilà, il reprend exactement ça hein. Je connais pas ce moyen, mais il a l'air. Ouais, c'est ça, c'est exactement ça. On avait déjà des bandes. Ouais, tout ça en fait. Vraiment. Tous les triangles on les a pas trop fait à part ces deux-là. (..) Ouais, on a toujours travaillé là-dessus comme ça, sauf les triangles. C'est vrai que les triangles, on n'a pas utilisé.
21	**L:** Est-ce que, ça tu as une idée pourquoi? Ça te parlerait ?
22	**E3:** Ouais bah tout de suite, on est sur une base trois ou neuf, on a moins de possibilités que le reste en fait.
23	**L:** Par exemple ici, qu'est ce qui ...
24	**E3:** La forme est moins régulière du coup. C'est comme diviser le cercle comme ça [*Montre le dessin d'un cercle partagé dans la longueur*]. Je veux dire, les barres ne sont pas égales, donc il va falloir réfléchir autrement. Après oui, pour dire ça, c'est pas possible. Oui enfin leur montrer que les parts sont déjà pas égales, donc on peut pas travailler comme ça.
25	**L:** Et puis pour toi, qu'est-ce que... Enfin sur quoi tu passais beaucoup de temps ? Tu passes beaucoup de temps avec les élèves dans ce thème-là ?
26	**E3:** Dans ce thème-là. Alors ben tout ça, je trouve qu'ils qui comprennent bien vite, assez vite [Montre des fiches avec des bandes, des surfaces]. Tout ce qui est représentation visuelle. Mais alors après passer ça en décimal ou représenter le décimal en dessin, en fait ils ont de la peine. Ouais, ils ont beaucoup de peine, mais en faisant des divisions, en sortant les calculettes, bah regardez ça, c'est ça et puis et puis voilà quoi.
27	**L:** Ok. Et pour toi, quels sont les éléments que les élèves doivent comprendre ou retenir avec ces fractions ?
28	**E3:** Avec les fractions ?
29	**L:** Ou les nombres décimaux en général.
30	**E3:** Qu'est ce qu'ils doivent retenir? Bonne question.
31	**L:** Je sais pas. Par exemple, qu'est ce que tu évaluais ?
32	**E3:** Oui, on évaluait donc justement toute la représentation. Les diverses représentations du chiffre décimal.
33	**L:** C'est-à-dire ?
34	**E3:** Ben 1,2 comment tu peux le représenter par exemple. Il y a eu au moins trois différentes façons de le faire.
35	**L:** D'accord. Et les difficultés que les élèves pouvaient avoir ?
36	**E3:** Chez certains, c'est abstrait, c'est... Il n'arrive pas à visualiser. Bah déjà pour la ligne. Euh, simplement les poser sur une droite graduée. Comme ça, si j'ai du. Ouais, j'ai du pour certains faire appel à l'ordre alphabétique. En fait, parce que l'ordre alphabétique t'as A, B, par exemple. Tous les mots avec aa, après ac. Et puis en fait là, ils ont appris à prendre lettre par lettre, et puis par exemple 1,21 ou 1,112, et ben c'était compliqué parce que 112 c'est plus grand que 21. Du coup, ils n'avaient pas le réflexe de prendre chiffre par chiffre en fait. Et du coup je leur ai dit c'est comme l'alphabet, tu prends d'abord le A, puis après la suite, etc. Puis ça a un peu aidé parce que parce qu'à chaque fois, ils faisaient, ils faisaient le raccourci en fait. Enfin le raccourci de prendre ce qu'il y a derrière la virgule, c'est plus grand. Du coup je le plaçais avant alors que pas du tout quoi. Euh bah ouais, pour certains ça

	c'est. J'avais fait des appuis, puis ça ressortait tout le temps en fait. Quoi d'autre? Ouais, la visualisation. Les parts aussi. Des fois il y avait soucis. Elles n'étaient pas du tout égales. Du coup, bah voilà. Il mettait un peu. Il se rendait même pas compte qu'il partait n'était pas égal du tout. Il y allait direct quoi. A force de voir tout joli, tout bien, il réfléchissait plus. Quand c'était à eux de diviser la forme.
37	**L:** Donc, si c'est à partir du moment où c'est séparé en parts, c'est une fraction, c'est ça?
38	**E3:** Enfin, ouais, c'est ça. Ouais, c'est exactement ça. Et quoi d'autre? Alors moi j'ai toujours fait thème par thème. Je sais qu'il y en a qui travaillent plusieurs thèmes ensemble. Nous, on travaille avec mon collègue, on travaille ce qui est géométrie et puis enfin tout ce qui est. La géométrie, je fais toute l'année en fait. On étaye puis... Je sais plus quelle était la question.
39	**L:** Très bien. Moi j'ai quelques activités. Alors du coup que tu connais pas vu que t'as pas travaillé avec ce moyen. Mais on essaie, si on essaie de les regarder, on prend un moment. Donc ça c'est deux activités [*Fractions de bandes 1 et 2*]qui se suivent pas, pas tout à fait, mais qui vont quand même ensemble. Est-ce que je te laisse un moment pour les regarder?
40	**E3:** C'est vrai que... Et c'est vrai que c'est un peu compliqué pour les élèves quand le chiffre du haut est plus grand que le bas parce qu'il te faut plusieurs baguettes du coup et et ça pose problème pour eux.
41	**L:** Ça, c'est c'est quelque chose que vous faisiez d'avoir des fractions où le numérateur est plus grand ?
42	**E3:** C'est vrai que c'est des exemples qu'on avait moins et... Et je vois que ma fille est en neuvième et qu'elle a de la peine avec ça. On fait justement des fractions. Bon, elle a des soucis, elle est en VP, elle a des soucis en maths et du coup je l'aide là dessus et je vois que c'est pas du tout acquis. Justement quand elle comprend, après dès que tu lui expliques, ça va assez vite. Mais c'est vrai qu'on a. J'ai l'impression de pas avoir beaucoup insisté là-dessus. Ou peut être qu'on est ... Ouais ... mais après est ce que ça a changé. Ça n'a pas changé par rapport à ce qu'on est obligé de le faire. Mais même l'entier des fois, c'est pas facile. Dire que trois, trois, ça fait un. En fait, trois tiers. Et ça aussi... Et du coup, ben si déjà ça c'est pas forcément naturel que ben on a surtout travaillé ce genre de choses. C'est vrai que l'entier, ben il est pas facile à retrouver. Pour, disons, la moyenne. Et puis ceux qui ont de la difficulté parce que les bons, ils y arrivent toujours. Mais ouais, on travaillait. Mais c'est vrai qu'on peut être qu'on le banalisait parce que je sais pas, ça nous semblait normal, naturel en fait.
43	**L:** Ok.
44	**E3:** Je sais qu'on le travaillait un petit peu, mais peut-être moins que maintenant.
45	**L:** Et du coup-là il y a des. Enfin bon, ça j'imagine. Tu disais, vous avez plus l'habitude de faire, alors si on prend plutôt *Fraction de bande deux*. Est ce qu'il y a des choses que tu trouves intéressantes avec ce type, ce genre d'activités ? Dans le fait de voir choisir la bande ?
46	**E3:** Oui, mais... Euh ouais.
47	**L:** Où est ce qu'il y a des choses que tu changerais si par exemple maintenant tu devais leur donner cette fiche?
48	**E3:** De toute façon, je vais voir si je donne cette fiche. Je vais devoir expliquer. Je vais devoir faire un exemple avec eux, faire un exemple parce qu'ils ne vont pas tout de suite je pense comprendre. Et dès qu'ils auront compris le premier, je crois que ça va aller assez vite. Mais le fait que le fait de. Voilà, Ouais... Tous ces carrés, ça peut faire peur quoi. Et en plus, il y a deux côtés. Donc au début, tu prévois la feuille. Pourquoi il y a tout ça ? Ça se répète ?
49	**L:** Quelle procédure? Tu imagines par exemple si on prend la B ? Ou la C ? Comment tu imagines, comment tu verrais un élève faire ?
50	**E3:** C'est un tiers. Donc on va diviser par trois l'entier et puis le chiffre du haut est plus grand, donc ce ne sera pas un tout, ce sera plus que le tout. Donc du coup, il nous faudra deux barres avec des parties égales, enfin deux barres divisées par trois parts égales. Et puis un de ces deux barres va nous en falloir cinq... Voilà.

51	**L:** Ça c'est quelque chose que vous faisiez des fois ? Mais est ce que peut être avec d'autres représentations ?
52	**E3:** trois demis par exemple, avec les demis.
53	**L:** Ouais ouais. Avec des pizzas ou des choses comme ça ?
54	**E3:** Ouais, exactement.
55	**L:** Très bien. Pourquoi à ton avis, c'est important aussi de justement travailler avec des fractions plus grandes que 1 ? Comme les cinq tiers, les huit quarts ?
56	**E3:** Ben. Les nombres décimaux ne s'arrêtent pas en dessous de.... Enfin, c'est pas que des divisions, enfin c'est. C'est, c'est tout. En fait, là, si on fait que ce genre de chose. Ben on prend que des petites parts du tout alors que tout doit être représenté. Il y a, il y a des nombres qui ne seraient pas représentés, du coup ils ne sauraient pas comment faire. Je sais pas.
57	**L:** Ouais, ok. Est-ce qu'il y a d'autres choses ?
58	**E3:** Mais je me demande comment ils partiraient pour certains. Ouais mais je me demande s'ils diviseraient pas tout en demi ou je sais pas quoi.
59	**L:** Tu dis de prendre que une colonne de bande [*Fractions de bandes 2*].
60	**E3:** Et on travaille en pensant que prendre ces deux puis diviser puis si tu vois de tout.
61	**L:** Oui. Non mais c'est intéressant si tu as des idées d'autres procédures.
62	**E3:** Mais ce serait pas faux parce que si il divise celle du bas en demi et qu'il colorie trois parts [*Montre la partie a) de Fractions de bandes 2*]. C'est juste. Mais c'est juste que voilà, il a pas pris celle d'à côté qui était déjà divisée en deux. Ouais, mais. Je ne sais pas.
63	**L:** C'est intéressant. Ok. Ici, on a une autre barre. Là, tu l'as un peu montrée avant. Alors je sais pas si ça va te parler. Elle s'appelle *Deux écritures pour un même nombre*.
64	**E3:** Alors. Donc en fait.... Trois demi. Et là, ça ferait un. Plus une demi. [*Parle de la partie a) de "Deux écritures pour un même nombre 1"*]
65	**L:** Oui.
66	**E3:** Ok. Un plus un. Non. Un plus Deux tiers. Ok. Ouais, c'est bien. Bon alors je connaissais pas. Mais ouais.
67	**L:** Est ce que dans... Dans justement ces passages d'écriture.... Qu'est ce qui te semble intéressant ?
68	**E3:** Je trouve que c'est assez facile à comprendre vu que on voit bien que. Ouais. Je trouve que. Moi, je pense qu'il comprendrait assez rapidement. Après du coup ici c'est pas divisé mais bon c'est simplifié, mais c'est encore plus simple en fait. Dès que l'on voit que l'unité c'est ce rectangle.
69	**L:** Et est ce que ...
70	**E3:** Du coup de passer de ça à ça, je pense qu'il n'y aura pas de soucis. Et puis ben ouais, du coup celle-ci [*Deux écritures pour un même nombre 2*], je la mettrai peut être pas tout de suite. Je sais pas.
71	**L:** Celle ci tu dis? Tu feras après?
72	**E3:** Celle ci est plus explicative plus. Moi je pense que cela passerait avant.
73	**L:** Donc *Deux écritures pour un même nombre* serait plus... Tu la mettrais avant *Fraction de bande 2 ?*
74	**E3:** Ouais.
75	**L:** Donc est ce que c'est dans le fait qu'il y ait une seule bande ou c'est autre chose?

76	**E3:** Je trouve que c'est visuellement bien représenté que du coup. Ben tout de suite on pose ce que c'est, donc ben on voit que c'est divisé par deux. Donc voilà, je sais pas, je sais pas, je trouve que. (..) Que ça donne déjà une, une, un fil rouge ou comment faire. Parce que là du coup... Alors ça permet à l'élève qui a des facilités à rentrer dans le la fraction. Donc. Elle a un nom ? Elles ont un nom ces fractions qui ont plus, qui valent plus que leur...
77	**L:** Plus que 1 ? Non, c'est une fraction plus grande que un.
78	**E3:** Du coup, ben. (..) Il y en a, ils vont rien comprendre en fait. Plus de la moitié de la classe vont pas savoir faire. Enfin, surtout aujourd'hui quoi. Avant, peut être que là non. Et je pense que ça, ça va leur permettre de poser les choses et puis après ben de facilement faire ça.
79	**L:** Donc si je comprends, si par exemple pour *Fractions de bande 2*, ils avaient cette écriture par exemple deux plus un quart, ils arriveraient mieux à faire ça plutôt que si c'était écrit neuf quarts ?
80	**E3:** Ouais, ouais, ouais.
81	**L:** Ok. Très bien.
82	**E3:** Exactement.
83	**L:** Donc là c'est un peu...
84	**E3:** Mais il faut qu'il y ait les deux, parce qu'il faut bien qu'il se représente, que c'est neuf quarts aussi, mais euh...
85	**L:** Il faut qu'il aille les deux ?
86	**E3:** Je trouve que ça, c'est quelque chose qu'on n'a pas trop vu. Étonnamment, c'est un. C'est une façon de représenter le nombre qu'on n'a pas beaucoup vu, donc c'est intéressant.
87	**L:** Et donc là, quand dans dans *Deux écritures pour un même nombre 2*, quand ils doivent passer de... Là par exemple 8/5ème dessiné et après revenir en arrière... Est ce que tu imagines des difficultés pour les élèves ou quelle seraient leurs procédures? Comment est-ce qu'ils feraient ?
88	**E3:** En fait, pour moi, il manquerait une fiche qui soit celle ci. Une explication peut être même avant celle-ci qui dirait que. On expliquerait que ben... Euh... En fait je sais pas si là il n'y a pas, il n'y a pas grand chose dans le. Je sais pas, peut être qu'elle y est là en fait, ce que je cherche mais comme je connais pas le moyen. Ouais ben voilà, il faudrait revoir ça en fait. Moi je revois, je reverrais ça là. Je reprendrai des exemples comme ça. Pour que qu'il comprenne bien que voilà, il y a trois entiers plus des petits cubes en plus quoi. Et mais que voilà, elles sont toutes divisées par 100, par exemple ici. Mais bon, là il y a un exemple de voilà sur 100. Mais en avoir d'autres d'exemples sur voilà, sur les quarts, les demies, les choses comme ça. Faire quelque chose de général, puis après rentrer là dedans, où il puisse jouer plusieurs représentations, puis après qu'il puisse vraiment rentrer là dedans. Mais voilà, ça peut s'ajouter entre temps. À l'oral ou en plénière et... Ouais, et puis là, je pense que ça ira.
89	**L:** Ouais, ouais. Et si là, par exemple, on prend la a) 8/5, comment tu, tu ferais ça?
90	**E3:** On prend un plus les 3.
91	**L:** Donc, un entier plus 3. Plus trois par c'est ça?
92	**E3:** Ouais 3/5. Ouais, ouais, 1+3/5. Après, je pense que s'ils sont malins, ils peuvent même diviser par quatre. heu... Donc ça fera 12. Puis ils savent qu'il y en a 1 qui reste.
93	**L:** Tu dis pour le B ?
94	**E3:** Oui. Puis pour les autres.
95	**L:** Pour le B, donc 13/4, ils se disent ha 12/4, ça fait 3 parce que ça se divise et puis après il reste...
96	**E3:** Ouais donc 3x4 égal 3 puis il reste 1. Ah ouais, pis t'as même plus besoin de dessiner parce qu'il y en a qui vont trouver ça. Enfin, les plus forts, je sais qu'ils vont trouver ça. Après, il y en a d'autres qui vont voir vraiment tout dessiner. Pour, pour, pour comprendre. Puis après passer l'étape quoi?

97	**L:** Et si par exemple un élève fait ça , qu'est ce que, qu'est ce que tu en penses là? Pour le A.
98	**E3:** Bah, le premier est déjà pas plein donc tu peux pas, tant qu'il est pas plein, tu peux pas passer au suivant.
99	**L:** Ok, tu lui dirais ça ?
100	**E3:** Oui.
101	**L:** Ok. Merci. Est ce qu'il y a encore d'autres choses sur cette activité? On peut toujours y revenir après.
102	**E3:** Non. Mais c'est cool. Je découvre. Moi je les trouve géniaux ces moyens. Autant 5-6ème. Je connais pas trop, mais j'ai vu comme ça vite fait. Ouais, je les trouve chouette, vraiment.
103	**L:** Et là alors, une autre représentation encore [les droites numériques dans *Codages et Décodage*]. Elles sont censées aller dans cet ordre là. Donc la 26, Puis après t'as la 27.
104	**E3:** Hum hum.
105	**L:** Donc là, *Codages*, *Décodage* avec des des droites.
106	**E3:** Ben moi je pense que là. Enfin moi je sais, je sais pas, j'ai jamais fait ça. Je ne sais pas s'il y avait avant déjà, ce genre de chose. Mais je ne pense pas et il faut que je regarde parce que j'ai jamais vraiment... Ok. Ouais... Donc là il faudra faire 2+1/3 pour le E par exemple. Là, c'est divisé par un, deux, trois, quatre, donc quatre, huit, 8/4. Ok... Euh... Ouais, pourquoi pas. C'est vrai que ça ouvre un peu plus le... Le champ des possibles en fait, en maths. Enfin... Ça ouvre... Ouais, ça... Ben à plus de représentation en fait qu'on n'avait pas avant. Je crois que ça...
107	**L:** Avec les droites ?
108	**E3:** Ouais. Je pense qu'on n'a jamais placé des... Des fractions comme ça sur heu ... Sur une droite graduée. En tout cas je ne l'ai pas fait. Il me semble pas. Puis là du coup on observe l'exemple et placer les nombres suivants. Ok, c'est que des tiers donc ça va. Donc ouais, bon, ça va. Ici, du coup il n'y a pas la même chose. Ok... Donc ben là je sais pas, là ça va poser problème je pense.
109	**L:** La partie B de *Décodage* ?
110	**E3:** Non parce que tu dois choisir ta droite. Ah ok, ok, ok. Alors... Tranquille.
111	**L:** Est ce que tu... Alors là tu as dit un peu, puis là pour placer par exemple comment tu dis qu'un élève ferait ou tu ferais ? Par exemple, au B là ?
112	**E3:** Alors cela c'est assez simple parce que la 5 +1/3, donc tu rajoutes 1/3. Le neuf. Bon bah moi je fais combien de fois 3 dans 9 ? Ça fait 3, donc ça me fait là. Heu... De nouveau le 16, je divise par 3 pour me faciliter la vie. Donc ça fait 12, ça fait 4, ça fera 4. Qu'est ce qui me reste ? Il me reste 4 du coup. Donc ça va être là. 16. Attends. 12... J'ai dit quoi ? 4X3 ? Ha mais on peut mettre 15 je suis bête, donc 5 ça revient au même. Mais... Voilà, donc ça ferait ici. Euh pareil, ici le 9 ça fait 3 + 2. Etc. Moi je ferai comme ça. Après...
113	**L:** Donc tu essayerais de diviser afin de trouver par combien on peut diviser au plus proche ou combien d'entiers ?
114	**E3:** Combien d'entiers. 11 Ouais, combien j'en mets dans 11 ? Et puis après combien de fois.
115	**L:** Combien de fois 3 dans 11? 3 donc ça te donne...
116	**E3:** Puis je peux pas dépasser. Donc logique ça fait 9.
117	**L:** Il reste ...
118	**E3**: Il reste 2. Donc 3x3, 9, puis il me reste 2, je rajoute le 2. Ouais, moi je ferais ça.
119	**L:** Ok. Très bien.
120	**E3:** C'est plus simple comme ça.

121 **L:** C'est plus simple quand il y a, quand il y a l'entier séparé. Oui, mais pour placer Ouais.

122 **E3:** oui quand il y a l'entier séparé. Exactement.

123 **L:** Et puis dans la partie B où il faut choisir ?

124 **E3:** Ouais, ben selon ce que tu vois en bas, trois parts, quatre parts ou cinq parts. Oui, tu pars là dessus où là tu. Mais après du coup, le thème est immense de fractions.

125 **L:** Qu'est ce qui te paraît immense ?

126 **E3:** Hum... Toutes ces représentations, c'est bien, mais dans le but de. Alors comment dire? Positif, ça t'ouvre à beaucoup de... À visualiser le nombre différemment, donc ce qui est bien. Parce que bon, on n'est pas tous pareils et qu'on n'a pas toutes les représentations, donc peut être qu'on va choper d'autres... On va dire d'autres élèves en faisant comme ça. Mais on va en perdre d'autres. Pour le négatif. Et du coup, toutes ces fractions, dans le but de quoi j'ai envie de dire. Est ce qu'on les utilise beaucoup ? Enfin je sais pas si tu vois ce que je veux dire. Est ce qu'on les utilise tous les jours ? Est-ce que, est-ce que ce ne serait pas allé trop loin ? Pour un élève de 11, 12 ans.

127 **L:** Qu'est ce qui te paraît trop loin, justement ?

128 **E3:** Ben c'est toujours des aspects... Ben qui est pas c'est... Comment dire ? C'est, c'est abstrait quoi. En fait, c'est tout dans l'abstrait et on commence à être dans l'abstrait à cet âge-là, il me semble donc. C'est peut être un peu tôt pour certains. De, de visualiser, puis certains, ils n'y arrivent jamais de leur vie. En fait, de visualiser tout ça. C'est du chinois pour toute leur vie, ce sera du chinois donc je sais pas. Ouais, ça va peut être un peu loin dans dans l'utilité de la chose en fait. Dans l'utilité de tous les jours dans... Parce qu'il faut mettre du sens pour enseigner... À ces élèves là... Mais peut être que moi je vois pas. Mais peut être qu'il y a quelqu'un qui fait "Bah si, regarde ci ou ça" mais moi je sais pas, tous les jours je vais pas l'utiliser. Il n'y a plus de la moitié de la classe qui ne seront pas forcément dans cet abstrait-là ou qui...

129 **L:** Donc pour toi il y a, il y a, il peut y avoir des, ça peut créer des difficultés ?

130 **E3**: Je pense que dans le... Il y en a qui vont mettre ça dans la théorie. Ils vont ils vont comprendre ça. Je pense que tout le monde y arrivera parce que voilà, c'est assez logique. Il y en a qui n'ont pas cette logique mathématique, mais ils vont y arriver. Bon, sachant que dans les classes maintenant on a, on va dire sur 20 élèves, on a un quart d'élèves qui qui rentre même pas là dedans. Qui, on on sait pas de quoi on parle là. Et puis après voilà, il y a la moyenne et puis il y a les cinq autres qui sont bons puis qui pigent tout de suite quoi. Mais voilà, je sais pas.

131 **L:** Ouais ok.

132 **E3:** Moi je trouve très intéressant. Enfin moi personnellement, mais oui j'aime beaucoup. Mais voilà, je sais pas, je sais pas les élèves comment ils réagissent à ça. Je sais pas, je peux, je pourrais demander à mes collègues.

133 **L:** Ouais. Peut-être, du coup tu dis que tu ferais une sélection ? Des activités?

134 **E3:** Ben si je rentre là dedans, il faut rentrer là dedans. Je veux dire, il faut le faire. Je pense que oui. Si oui, oui, non, je pense qu'il faut le faire.

135 **L:** Ouais.

136 **E3:** Après il y a trop des autres faciles, là j'en ferais moins. Ouais, mais ça je pense qu'il faut le faire. Ouais.

137 **L:** Qu'est ce qui te paraît intéressant justement? Enfin important là, du coup, qui retienne avec ça? Enfin, tu te dis il faut le faire que ça pourrait leur apporter.

138 **E3:** Il faut le faire parce que c'est vrai qu'on a toujours visé en dessous de 1, et puis que oui, les au dessus de 1, on les travaille beaucoup moins. Et puis voilà, il faut une représentation de tous les nombres en fait. Et puis. Et puis qu'on voilà enfin j'ai envie de dire. Dans la globalité mathématiques il faudrait tout voir.

139	L: Donc ce que tu dis qui est
140	**L:** Ok. Est ce que tu as des questions?
141	**E3:** Non, non.
142	**L:** Alors merci beaucoup.

ANNEXE 19 Transcription de l'entretien avec E4

1	**L:** Ok, alors je propose qu'on commence. Ma première question, c'est si un élève te demande ce qu'est une fraction, qu'est ce que tu lui réponds? Tu peux, tu peux écrire. Tu peux dessiner si tu veux sur une feuille.
2	**E4:** J'aurais tendance à dire que c'est la part d'un tout. Pour illustrer justement avec une bande que je fractionnerai en trois ou quatre ou cinq. (7)
3	**L:** Quand tu dis que tu la fractionne, tu fais quoi ? Tu écris dessus? Tu la plie? tu la coupes ?
4	**E4:** Je pense que je ferai des traits ou ... Comme si je fais au tableau parce que je ferai, je pense plutôt un dessin au tableau, ça serait une barre avec des traits partagés.
5	**L:** Et après, par rapport au lien avec l'écriture ?
6	**E4:** Tu dis des nombres décimaux ou des fractions ?
7	**L:** Des fractions et des nombres décimaux.
8	**E4:** Après, une fois que tu as la bande, c'est assez facile de faire le lien sur un sur un tout. Et puis un tiers c'est un sur trois. Je pense qu'après, visuellement, c'est assez facile de faire le lien.
9	**L:** Et puis ton illustration de base du coup, c'est la bande ?
10	**E4:** Je partirais plutôt sur la bande comme ça, spontanément. Je trouve que c'est ce qui est très bien.
11	**L:** Et si maintenant on parle plus, plus en détail de l'enseignement des fractions, comment tu as l'habitude de t'y prendre?
12	**E4:** Alors j'ai pas tellement d'habitude au fait comme ça, j'ai pas l'habitude.
13	**L:** Pas l'habitude. Très bien. Alors comment tu t'y prends?
14	**E4:** Je suis... Je me rappelle pas comment j'ai fait l'année dernière avec les 8P. J'arrive pas à me rappeler.
15	**L:** Mais alors comment tu t'y es pris ?
16	**E4:** Je pense que 8P, j'avais, on avait... De toute façon c'était les nombres décimaux, point barre. Et j'ai même pas trop le souvenir d'avoir fait les fractions. Cette année, comme il y avait l'introduction avec les nouveaux moyens ESPER et le fait que j'ai une classe double degré 7 et 8P, c'est vrai que j'ai décidé de faire bénéficier aux 7 et au 8. J'ai fait une séance commune avec la classe, ce qui était proposé dans ESPER avec la première activité, avec les bandes. Il y a eu une activité avec les bandes où doivent se mettre j'arrive. Ouais, c'est l'activité...
17	**L:** Avec ces bandes là ? [*Je lui montre les bandes papiers pré-découpée faisant partie du matériel ESPER dont certaines sont à Utiliser pour l'activité "Partie de bande"*]
18	**E4:** Ouais, c'était avec ces bandes là. Celle là, je sais plus comment elle s'appelle. L'activité. Peut être bien où ils doivent se mettre par deux, mais ils ont pas tous la même consigne. Et puis ensuite les autres doivent deviner.
19	**L:** Ils doivent écrire un billet ?
20	**E4:** Ils doivent écrire un billet. Oui, du coup je l'ai fait en faisant des duos 7-8 d'élèves pour introduire justement le thème des fractions. J'ai fait ça en classe 7-8. J'ai commencé par ça. Puis ensuite on a fait, du coup, ces activités là, les activités NF-21, et puis les histoires de fractions que j'ai aussi donné. Du coup, dans SP huit p. J'ai donné à mes huit p aussi ces exercices là qui étaient plus pour les huit p. (...)
21	**L:** Donc tu as fait aussi avec les 8P fait ces fiches de 7P vu qu'ils ne les avaoent pas connues.
22	**E4:** Ouais mais en fait. Au fait, j'ai regardé les fiches de... Non directement les fiches de 8P.

23	**L:** Oui, tu avais déjà le moyen ?
24	**E4:** En fait il est en ligne. Donc j'ai imprimé, j'ai imprimé même. Mais du coup faudrait que j'ai sous les yeux pour me rappeler quelle activité parce que je crois que j'aurais donné trop vite le lien entre les justement, quand tu fais le carré là, comment expliquer? J'ai fait assez vite le lien avec les 8P avec ça. En fait je j'en ai balancé un peu trop vite la fiche. Il y avait ça, il y avait tout et qui était en lien. Oui, du coup voilà.
25	**L:** Donc les fractions décimales, et puis le lien entre les représentations avec les carrés et puis les fractions décimales.
26	**E4**: Voilà. Ouais
27	**L**: Mais ça, ça allait un peu vite comme ils avaient pas.
28	**E4:** Voilà, voilà. Du coup ils ont du ... Heu ils ont eux même trouvé. Comme, en étant en double degré, je suis pas... Ils ont pu se débrouiller seul certains. Mais, mais certains 8P ont du coup réussi à expliquer aux autres. Ils ont, ils ont réfléchi, ce qui était intéressant et puis ils ont réussi. Il y a eu un ou deux spécialistes qui ont du coup réussi à expliquer aux autres le lien entre les, la représentation des dixièmes et puis les fractions. J'ai trouvé assez intéressant. Et puis avec les 7P, j'étais plus tranquille. C'est vrai que j'ai plus suivi la planification.
29	**L:** D'une planification que toi tu fais. Non.
30	**E4:** Après non, non, je regardais sur, sur ESPER.
31	**L:** Tu t'aides de ça là, du plan de chapitre ? [*Je lui montre le plan du chapitre 2: Fraction et nombres à virgule*]
32	**E4:** Voilà plan de chapitres.
33	**L:** Et t'as suivi les activités dans l'ordre ?
34	**E4:** Ouais, sûrement pas tout à fait dans l'ordre. Non mais...
35	**L:** Mais justement comment?
36	**E4:** Après j'ai plutôt fait tout ce qui était ça NF-24 avec les illustrations de tiers, le quart. Mais ça c'était, c'était très, c'était assez...
37	**L:** C'était celle là *Deux écriture pour un même nombre* ?
38	**E4:** Voilà, ça c'est...
39	**L:** Il y en a deux, elles vont ensemble. Là il y a la 1 et la 2.
40	**E4:** Après il y en a des plus simples à faire avant. Il n'y a que ça. Je pense que j'ai d'abord commencé par le plus simple. (..)
41	**L:** Comme ça *Des parts de figures* ?
42	**E4:** Mais ça, c'était hyper très vite fait et puis très vite compris ça, je trouve ça très... Ouais, c'est fait en 2"30. Correct.
43	**L:** Tout le monde a très bien, très bien compris.
44	**E4:** À chaque fois. Se méfier, c'est une façon très très vite faite des activités.
45	**L:** Oui, oui, niveau gestion du temps.
46	**E4:** Après je pense, c'est vrai que j'avais rebondi sur le jeu celui-là avec les parts de pizza. Pendant que je m'occupais des 8P, les 7P ont fait ce jeu-là mais j'ai pas trop regardé ce qu'ils faisaient.
47	**L:** Et puis après. Alors du coup tu as fait, tu as fait celle-là : *Deux écritures pour un même nombre* ?

48	**E4:** Après j'ai fait *Deux écritures pour un même nombre* effectivement.
49	**L:** Tu as fait les deux fiches, la un et la deux ?
50	**E4:** Ouais, j'ai fait les deux fiches.
51	**L:** Et puis qu'est ce que... Comment ça s'est passé? Comme tu as fait?
52	**E4:** Bon après j'ai des élèves mes 7P qui sont d'un bon niveau en mathématiques donc ils ont pas ... Non là, ils ont pas rencontré de problèmes particuliers. Je trouve... Tous les élèves ont rapidement réussi ces exercices là.
53	**L:** Donc ici par exemple, si on prend *Deux écritures pour un même nombre 1*, comment, comment ils ont fait les élèves en gros? Si tu, tu te souviens ?
54	**E4:** Mais après... J'essaie de me rappeler. Si, j'ai quand même dû être lancé, expliquer ou après. Bon après, j'ai deux ou trois élèves qui sont vraiment très calés en maths et qui après font les petits profs et vont expliquer aux autres. En fait, je compte assez là dessus. Oui et puis après je vois si y en a vraiment qui cloche ou qui va ou qui préfère mon explication, mais des fois ils préfèrent les explications des copains, donc je laisse faire. Globalement, je laisse faire. Après, comme il y a le code couleur avec la couleur, je trouve qu'on voit...
55	**L:** Si par exemple, prenons là l'exemple A de la F-23. Comment... Enfin, qu'est ce que tu attendais que les élèves fassent?
56	**E4:** Qu'ils fassent le lien avec l'unité de départ qui est tout en haut.
57	**L:** Est ce que pour eux c'était....Ils arrivaient à faire, à écrire des deux manières ?
58	**E4:** Après ils ont quand même eu besoin d'une aide parce que je pense... Ça spontanément, si je me rappelle bien, tu mets, tu mets trois sur quatre. Après ce qui est demandé, c'est un plus, une demi, c'est ça?
59	L: Oui
60	E4: Juste que je me trompe pas.
61	**L:** Alors ici, ce serait 1+1/2. Mais ils arrivent... Est ce qu'il y en a une des deux écritures qu'ils arrivaient mieux à faire ? Ou est-ce qu'ils passaient bien de l'une à l'autre ? Ou c'était difficile ?
62	**E4:** Attends, j'essaie de me le rappeler...
63	**L:** Peut être celle-là, tu ne l'as pas faite ? Seulement la deux ?(4) Mais est ce que ça, c'est quelque chose que tu as travaillé avec eux ? La correspondance, par exemple, entre 9/4 et 2+1/4 ?
64	**E4:** Ben disons, quand on a fait le travail avec les bandes. Là on a vraiment fait le lien entre la bande quand tu l'as plié en deux. Oui, il y a vraiment eu ce moment où on a manipulé. Je pense, le truc a vraiment été posé au moment des exercices de la bande où on a plié en deux. Puis on dit "bon ben là c'est deux demi, mais on peut aussi la plier en quatre". C'est à ce moment-là que j'ai fait le lien des deux écritures, mais plutôt entre tu peux plier en deux et quatre. Peut-être pas avec les tiers. Ça les tiers je les ai peut être laissés de côté par rapport à la bande, même..
65	**L:** Par rapport au pliage.
66	**E4:** Ça j'ai fait le lien avec les bandes à un moment donné. Si, il y a dû avoir deux exercices avec les bandes que j'ai faites, que j'ai fait et qui reprenaient un peu ça.
67	**L:** Donc ce que tu dis, c'est le lien entre... Par exemple avec la bande là, si on prend une de ces bandes. Entre "là j'ai deux demis et si je plie encore en deux j'ai quatre quarts. Et c'est la même chose". C'est ça que tu dis ?
68	**E4:** Ouais, ouais, voilà. C'est la même chose.
69	**L:** D'accord. Donc les équivalences de fractions ?

70	**E4:** Voilà. Puis du coup après il fallait faire le lien, j'imagine, avec ça, pour, pour pouvoir répondre à ça quoi.
71	**L:** Ok. Et puis est-ce que travailler des fractions, comme là plus grande que 1, c'est aussi quelque chose que tu as fait?
72	**E4:** Tu entends quoi par ça? C'était quel type d'esxercice ? Ouais. Ou c'est ça? Ou c'est quoi?
73	**L:** Ou alors si on prend une autre activité, si on prend là *Fractions de bandes.* Donc là *Fractions de bande* 1 et là *Fractions de bandes* 2.
74	**E4:** Heu ouais, ça ouais, ça, j'ai fait celui là.
75	**L:** Donc ici, là par exemple, *Fractions de bandes* 1. Comment les élèves s'y prenaient ?
76	**E4:** Ouais, mais ça c'était c'était en fait en deux temps trois mesures, ça. Ça, ils ont eu zéro, zéro soucis pour faire ça. Après il est assez simple parce que tu as que une représentation à côté donc il est vraiment simple. Tu fais tes sept, tu fais tes un et voilà. Après ils réfléchissent pas plus que ça au fait, quand ils font ça. Enfin...
77	**L:** Ouais, donc c'est très guidé, ça va très vite.
78	**E4:** T'as pas vraiment de réflexion là dessus.
79	**L:** Oui.
80	**E4:** Tu complètes, ok, tu sais. Voilà. Après je pense qu'il faut faire le lien entre ça et ça, effectivement. Ouais.
81	**L:** Et celle là, tu l'as faite la 2, Fractions de bandes 2 ?
82	**E4:** Oui oui, oui, oui, oui, oui oui oui, oui, oui oui oui. Parce que là, en fait, tu dois que tu dois colorier celle qui représente le mieux. Oui, oui, oui, ça y est, je le remets.
83	**L:** Et ça, comment ça, comment ça s'est passé pour les élèves? Est ce que c'était aussi fait très vite ?
84	**E4:** C'est très vite fait aussi. Franchement, c'était vite fait ça. Ils ont bien réussi à voir. Je me rends compte maintenant que ça aurait été intéressant de ça, de faire le lien avec les droites graduées qui doivent mettre les fractions sur les droites graduées et qui doivent choisir laquelle. Au fait, je fais maintenant le lien. En fait ça va avec, tu vois, parce que j'ai un élève qui a eu plus de peine avec les droites graduées et je me rends compte qu'effectivement de faire le lien entre ça et puis après l'exercice sur les droites graduées où ils doivent choisir, tu vois, je me rends compte maintenant que ça aurait été un plus.
85	**L:** Celle-ci là, de *Codages*, *Décodage* par exemple ? Là où ils doivent choisir.
86	**E4:** Voilà où ils doivent choisir sur laquelle ils doivent aller.
87	**L:** Décodage b)
88	**E4**: Ouais, ouais, ouais.
89	**L**: Ok. Mais alors quand c'était ... Donc ce que tu dis c'est quand c'était sur la droite graduée, c'était plus difficile.
90	**E4**: C'était plus difficile ouais, ouais, ouais.
91	**L:** Mais par contre là, quand c'est sous forme de bande, ça allait.
92	**E4:** Ça, ça allait. Nettement. Ouais ouais. D'où l'intérêt, je pense vraiment de faire plus le lien. C'est pas pas forcément fait quoi.
93	**L:** Et comme là, si par exemple dans la b), la a), c'est plus grand que 1, donc 5/3 ça, ils arrivent à voir qu'il faut colorier plus qu'une bande ?

94	**E4:** Ouais.
95	**L:** Est ce qu'il y avait des choses difficiles pour eux quand même, là, dans cette activité?
96	**E4:** Oui, je pense qu'après il fallait prendre toujours le moment pour reposer. Enfin pour vraiment mettre en évidence le fait que 5/3, effectivement, tu tu compte, tu comptais un, deux, trois, quatre, cinq et que tu dépasses à droite. Visuellement, visuellement, il a fallu prendre ce temps pour le clarifier. C'était pas forcément une évidence, c'est pas une évidence.
97	**L:** Et pour toi, quel est l'objectif dans ce type d'activité? Quel est le but?
98	**E4:** Après moi j'ai vraiment vu le lien avec les nombres décimaux. J'ai spécialement vu le lien avec justement les carrés, les petits. C'est quand ça, les carrés là.
99	**L:** Tu dis dans les mémoires ou dans les fiches, la fraction décimale ?
100	**E4:** Moi même, ça m'a permis de bien de mieux comprendre et de mieux arriver à faire le lien entre ça et les nombres décimaux et à mieux l'expliquer du coup. En disant "ben là vous voyez, il y a 100 petits carreaux, ça c'est les centièmes". Si j'en colorie un, si je colorie une colonne, si je colorie tout, tout, tout le carré. Enfin, moi ça m'a permis, moi, de mieux comprendre, donc sûrement de vous expliquer après, mais parce qu'avant moi même je n'avais pas forcément fait le lien. Enfin, je trouve que c'est hyper intéressant. C'est le lien que tu fais, la progression que tu fais entre tes bandes entre à la limite... Ouais, entre ça, ouais.... Entre les, les... Les droites graduées et puis les carrées. C'est intéressant. C'est à chaque fois de faire le lien entre les trois quoi.
101	**L:** Quand tu dis entre les trois, c'est quoi ces trois?
102	**E4:** Et même voir après avec les nombres décimaux. Moi j'avais toujours en tête les nombres décimaux, les ... En tête, comme finalité des fractions. Quelque part j'avais ça derrière.
103	**L:** Et juste avant le lien entre les trois. C'est quoi ces trois dont tu parles?
104	**E4:** Non mais en fait.
105	**L:** Est ce que...
106	**E4:** Non, non, en fait non, ça j'ai fait. J'ai fait le lien entre ce entre ça, donc les...
107	**L:** Les petits carrés partagés en 100.
108	**E4:** J'ai fait, j'ai bien fait le lien entre ça et les nombres décimaux et les nombres décimaux. Et le fait de réfléchir là maintenant, j'ai pas assez je pense, fait le lien entre justement les droites graduées et ça je trouve.
109	**L:** Ok. Qu'est ce que tu ferais différemment alors?
110	**E4:** Moi je trouve que ça mériterait de plus. Il est moins évident à faire. Je suis en train de réfléchir.
111	**L:** Qu'est ce qui est moins évident ?
112	**E4:** Faire, si tu fais... De faire le lien. Par exemple, si tu as 7/10, quel type de droite graduée? Comment faire le lien? Tu devrais avoir quoi? Une droite graduée sur 10 ? Tu mets sept... Ça semble loin. Je sais pas. Je réfléchis. Comment je pourrais faire?
113	**L:** Comme ...
114	**E4:** Ou bien ce qu'il faudrait faire des droites graduées plus petit pour montrer que c'est la même chose? Je sais pas, peut être faire un truc... Est-ce qu'il y a une activité qui favoriserait ce lien là ?
115	**L:** Comme ici une droite graduée en dixième ?
116	**E4:** En dixième. Mais tu vois le lien, j'ai pas spontanément fait comme ça en faisant ma séquence.
117	**L:** Mais pour toi ce serait un lien qui mériterait d'être construit ?

118 **E4:** Ouais, je pense. Après tout, autant... J'ai trouvé assez génial pour moi de bien comprendre, pour mieux expliquer les centièmes, les dixièmes, centièmes, millièmes. Mais après c'est comme si j'ai repris la droite graduée. Enfin façon à l'ancienne quoi. Sans faire le lien, expliquant comme ... Ben oui ouais, enfin comme ça le voit aussi tu dis "Ben là t'as vu, t'as deux". C'est quand ils doivent deviner placer un nombre sur la droite graduée. Tu essaies de dire "Regarde le grand, le grand écart, puis combien de petits sauts, de combien tu fais pour y arriver?" Pour pouvoir. Du coup, c'est comme si j'avais coupé par rapport heu... À cet apport des fractions je pense. Parce que oui...

119 **L:** Pour après pouvoir placer les nombres sur les droites.

120 **E4:** Mais après je sais pas. Du coup le truc ça m'est pas paru évident comme ça. Quand j'ai préparé dans la méthodologie, ça m'a pas paru évident. Tu vois ce passage là. Alors soit c'est parce que c'est bon, c'est quand tu fais la première fois un truc, mais peut être ça mériterait justement d'être plus heu... Parce que les exercices sur les droites graduées, moi sur mes neuf 7P, il y en a un que je viens de faire, une éval qui a pas réussi à capter le truc. Finalement je me suis rendue compte qu'il n'avait pas capté le truc.

121 **L:** Mais puisqu'on parle de droite graduée, toi, ces fiches, tu les as faites là *Codages* et *Décodage* ?

122 **E4**: Ça j'ai fait oui.

123 **L**: Où il faut placer le... Décodage donc où il faut placer les fractions sur les droites ?

124 **E4:** Ça, c'était un peu galère.

125 **L:** Qu'est-ce que... Sur quoi est-ce qu'ils ont galéré ?

126 **E4:** Ben justement, le fait qu'il y ait des unités entières. Ils ont eu de la peine comme ils voient. Ouais, ils ont eu de la peine à se dire que ça c'était les entiers et que tu avais que le 4+2/3 ça pouvait être. Ça fait combien de tiers en tout ? Ben alors ça fait 14/3.

127 **L:** Est-ce que là, par exemple, dans il y a des deux écritures, il y a 1+1/3 et 11/3. Est-ce qu'il y a un des deux qui était plus facile à placer ?

128 **E4:** Les onze tiers, c'était presque plus facile parce qu'ils comptaient onze.

129 **L:**Oui. Ils comptaient onze petits traits.

130 **E4:** Il compte onze petits traits et puis un tiers. Du coup, ils avaient de la peine à passer directement au 1 et ensuite de faire le tiers. De la peine à faire le lien que 1, c'était trois tiers déjà. Il y avait quand même un peu de difficulté là, mais après c'était comme s'ils avaient compris une fois qu'ils ont compris le truc. Mais est ce que après est ce qu'ils ont juste appliqué une méthode ou est-ce qu'ils ont vraiment compris le truc? Tu vois? Parce qu'après ils sont malins. Une fois qu'il y en a certains qui disent ah oui, ça c'est un truc que je rajoute après.

131 **L:** Oui, oui. Mais donc pour eux c'était plus facile comme tu dis "je compte les petits traits onze, voilà, c'est là que je la place".

132 **E4**: Ouais, ouais, ouais.

133 **L**: Et ici alors dans la partie B où ils doivent choisir la bonne droite.

134 **E4:** Ben là pareil, ils ont vraiment. Ouais, ils ont quand même eu besoin d'indications, quoi.

135 **L:** De ta part ?

136 **E4:** Voilà.

137 **L:** Tu te rappelles ce que tu leur as donné comme indications ?

138 **E4:** Justement de le rendre... Qu'ils se rendent compte que là, c'est partagé en trois, en quatre, en cinq et puis de faire le lien entre voilà, c'est partagé en cinq. Donc est ce qu'il y en a un qui va mieux? Enfin si tu dois placer tous tes cinquièmes, laquelle tu choisis? Bon, après l'exercice là et là, la suite elle est pas mal, elle est assez cohérente.

139 **L:** Et est ce que avant celle-là, tu avais fait celle ci ou tu l'as faite?

140 **E4:** J'arrive pas à me rappeler. J'ai fait non, parce que ça je pense que j'ai fait peut être un peu en... Non ça j'ai pas fait.

141 **L:** Si je reprends les *Deux écritures pour un même nombre* dont on a déjà un peu parlé de la 1. La 2, tu l'as faite ?

142 **E4:** Ça oui. Elle me parle celle-là. Après elle est bien parce que les dessins sont hyper clairs en fait. L'exemple, il est hyper clair. Tu vois vraiment les entiers. Tu vois qu'ensuite tu as deux entiers. Je trouve l'illustration qui est à droite, elle est hyper claire.

143 **L:** Et donc là, par exemple, pour le A, comment? Quelles procédures ?

144 **E4:** Bon après, comme ils suivent vraiment l'exemple, donc après ils voient qu'ils ont coché 8/3, donc ils font les 8, ils voient qu'ils doivent cocher 8/5. Ils vont colorier les 8. Oui, ils ont d'abord colorié, puis ensuite ils ont mis le résultat, quoi.

145 **L:** Donc ils ont 8/5. Ils ont colorié 8. Est ce qu'ils ont colorié un entier puis après le reste ?

146 **E4:** Oui, voilà, oui.

147 **L:** Et puis après, une fois avoir colorié, ils sont revenus à l'écriture "somme".

148 **E4:** Voilà, ouais, ouais.

149 **L:** Et ça, cette manière d'écrire. Selon toi, pourquoi est ce qu'on passe par cette étape là? Par exemple là, 8/3, 2+2/3 ? Est ce que pour toi ça a du sens?

150 **E4:** Après, ce serait quoi le sens? Est ce que c'est... Quel serait le sens derrière? Y a t il un sens?

151 **L:** Je te pose une colle.

152 **E4**: Est ce que c'est de la gymnastique cérébrale pour passer d'une écriture à une autre en sachant qu'on passera encore à une autre après les nombres décimaux? Et c'est ce qui s'est passé après. Globalement, pendant mon CAS, on avait fait un exercice avec. Elle nous avait balancé un exercice sur les fractions. Pareil, ça m'avait bien déboussolé de réfléchir aux fractions. Moi. 8/3, ça me parle pas du tout. 8/3 comme ça, c'est déconcertant.

153 **L:** Oui. Qu'est-ce qui... T'aurais besoin de faire quelque chose, quelque chose pour t'aider? Je sais pas.

154 **E4:** Tu fais comme les élèves, les petits dessins quoi.

155 **L:** Donc toi tu dessinerais ?

156 **E4:** Quelqe part, tu vois ...

157 **L:** Et si là, ben justement ...

158 **E4:** Ou bien je ferai 3/3 et puis je me dis ok, 3/3 c'est 1 et de 3 à 8, combien il reste quoi. Tu vois un truc comme ça dans ma tête je pense.

159 **L:** Genre la si ...

160 **E4:** Après moi, le dessin m'aide à comprendre. Même en tant qu'adulte. C'est déconcertant. C'est déconcertant ces trucs je trouve. Non, 8/3, tu dis?

161 **L:** Ben oui, tu peux mentionnais l'exemple.

162 **E4:** Oui, oui, dans ma tête je ferais effectivement, je ferais 3, 3+3, puis quatre, cinq, six, sept, huit. Je ferais comme ça quoi, avec le 3.

163 **L:** Le 3 au dénominateur. Et les élèves par exemple ?

164 **E4:** Après les élèves, je sais pas. Après bon, comme c'est guidé ça, si tu as le dessin, ils utilisent ça. Attends, c'était quels exercices où il n'y avait plus les dessins? C'était lesquels ? Non.... C'était lesquels ? Ça, ils ont adoré. Parce que voilà ...

165 **L:** Les fractions décimales. Avec le dessin.

166 **E4:** C'est plutôt à la droite graduée, là. Celle-ci, ça allait encore. Alors après, c'est tous sur dix, c'était tout ça, c'est tout de même. Donc quand c'était sur dix, ça allait. La décomposition, Ils ont encore bien compris. La plupart ont bien compris.

167 **L**: *Décomposition organisée* ? (Fichier de l'élève, p.141)

168 **E4:** Mais après, j'ai des élèves qui sont très bons en maths. Et puis il y en a un ou deux qui ont de la peine et du coup tout à coup, il va comprendre un truc. Et puis après ils avaient oublié malheureusement. Mais après oui, dans ce cas, ils ont quand même vachement dû s'entraider et s'entraider pour la *Décomposition organisée*.

169 **L**: Oui.

170 **E4:** Mais après moi j'ai un peu l'impression. C'est comme si on mettait en place un peu comme un algorithme au bout d'un moment quand ils ont compris le système, tu vois tout mais... Parce qu'il y en a un typiquement, il y en avait un, ils étaient tous tombés dans.... Attends c'est quel exercice ? Tu sais, quand tu as les dixièmes, tu sais. Tu tombes dans un piège... Il y a un peu une petite feinte une fois dans un où, quand tu vois qu'ils ont fait trop vite et qu'ils n'ont pas réfléchi...

171 **L:** Ils tombent dans le piège ?

172 **E4:** Ils tombent dans le piège de... Dixième, unités, ou je sais pas. Ou dixièmes, centièmes, je sais plus quoi. Plusieurs étaient tombés dans le piège. Et toi tu essaies de voir s'ils ont vraiment compris le truc. C'est quel exercice? Je me demande si c'était pas un de ceux là.

173 **L:** Parce que c'est là 17/100 ?

174 **E4:** Ouais, parce là, la réponse, c'était quoi? C'était... Peut être. C'était celui là. On a dû dire warning, warning, attention !

175 **L:** Et donc là, est ce qu'il y a des choses que tu ferais différemment pour l'année prochaine si tu devais refaire ce thème?

176 **E4:** Ouais. Après je pense déjà en fonction de tous les exercices, j'arriverais mieux à faire un choix de continuité. Parce qu'au début, quand tu fais. Enfin bon, j'ai pas vraiment pris le temps de bien regarder parce qu'on est toujours pris par le temps, le boulot et tout ça. Donc je refais une planif. Tu as tendance à dire ok, je commence par ça, puis après tu suis, tu tu réfléchis, voilà, j'ai pas réfléchi. Enfin voilà.

177 **L:** Le plan de chapitre, ça a été ta base ?

178 **E4:** Oui, quand même. Oui, oui, oui, bien sûr. Ouais, ouais, ouais, ouais, ouais, ouais, ouais, ouais, ouais, ouais, non, non. Après je pense plus de liens avec les droites graduées je pense. Oui parce que j'ai lu que c'était une difficulté des droites graduées. Après, je trouve, là où on a été, enfin c'était plutôt plus facile, c'était tout ce qui est unités, dixièmes, centièmes. Le lien là je trouve qu'il a été pas mal. Après, quand il fallait écrire dans les deux écritures... Voilà, ça par exemple.

179 **L:** *Différentes manières d'écrire un nombre*. [Fichier de l'élève p.144]

180 **E4:** Voilà... Voilà. Alors moi j'essayais d'expliquer que quand tu vois qu'on avait encore peut être, c'est dans le livre qu'il y avait....

181 **L:** Le livre, il est là.

182 **E4:** Que quand on commençait à trier... J.'étais tombé sur un autre exercice d'ailleurs... Il me semble qu'il y avait un autre, par exemple 12 centièmes, moi pour savoir le nombre à virgule, je vais écrire 12 sur 100 et je vais faire douze divisé par 100. Alors mes élèves, quand tu fais diviser par 100, quand tu dis diviser par 100, ils sont paniqués, quoi. C'est la panique. Alors tu as beau dire, douze divisé par

	100, ça va être plus petit. Ce qui fait je déplace la virgule et quand je déplace la virgule à gauche, ça veut dire que je divise par 100. Et si je veux 1,2 x 10, on voit bien que ça fait 12. Dans ce sens là, il n'y a pas de soucis. Mais le fait de diviser panique. Parce que moi si je vois, je sais pas moi, si tu as 8 millièmes, je vais écrire 8 sur 1000 et dans ma tête pour savoir comment l'écrire, je vais écrire 0,00, je vais diviser par 10, puis je déplace dans ma tête, je fais 1, 2, 3 pour être sûr de mon résultat. Et ça, certains élèves, ça leur convenait absolument pas comme méthode. Donc soit on a utilisé le tableau unités, dixièmes, centièmes, comme quand on fait les conversions. Et je disais si tu écris 8 millièmes, ton 8, il se place sous millièmes et ton 0 il est dans l'unité, ta virgule, elle se met là. En fait, certains élèves qui avaient de la difficulté avec ça, il vaut mieux compris quand ils utilisaient, en fait, le tableau que cette histoire de diviser.
183	**L:** Ouais.
184	**E4:** Ou tu mets une virgule, c'est un peu tapis. Il y avait un blocage panique quoi. Et j'avais beau leur dire "Mais c'est la même chose". Mais je vois que c'est ceux qui aiment pas les maths où toi tu commences à expliquer un truc et tu vois qu'ils ont déjà décroché. Donc tu vois, c'est pas on attend quoi, C'est pas le moment. Parce que moi je dois toujours réfléchir, pour moi c'est pas inné ce qu'on dit 8 millièmes... Mais moi le fait d'écrire en fractions et de diviser par 100, puis je fais 1, 2, puis je suis sûr de mon résultat.
185	**L:** Donc ça c'est une partie que t'as bien travaillé, que les élèves ont assez bien compris ?
186	**E4:** Ouais**,** ça, je trouve qu'ils ont bien, bien bien, bien.
187	**L:** Et du coup, est ce que tu ...
188	**E4:** Je travaillerais peut-être plus droites graduées ? Je me rends compte et ça ...
189	**L:** Tu passerais moins de temps là dessus [*Fractions de bandes*]?
190	**E4:** Voilà. Après c'est vrai que ça c'est ... Ouais, franchement ouais, voilà, tu fais.
191	**L:** Les premières fiches...
192	**E4:** Tu fais ça tout au début parce que voilà.
193	**L:** Pourquoi en fait, justement, on passe par là d'abord pour toi ? De faire tout ça?
194	**E4:** J'arrive pas à me rappeler ce qu'ils ont fait en 6ème, mais c'est déjà plus cool. Ouais, c'est juste de retrouver la notion de un tiers, deux tiers, cinq tiers. Ce que c'est dans un entier quoi. Mais dans un entier. Mais c'est vrai qu'à chaque fois on reste dans l'entier. Tu dépasses pas l'entier quoi. On dépasse rarement. Voilà je pense un sixième, il dépasse pas l'entier dans le programme de sixième. Ok, peut être mieux faire le lien avec le programme de sixième ici, j'ai aucune idée s'il faut en sixième comment les aborder ça. Je ferai ça quand j'aurai des sixièmes.
195	**L:** Est ce qu'il y a d'autres activités dont tu aimerais parler qui t'ont trouvée intéressante ou qui était intéressante pour les élèves?
196	**E4:** Après, je trouve que c'est intéressant parce que c'est vrai que ça, ça permet vraiment toutes ces écritures là avec les les petits quadrillages, ça permet vraiment... Là, ça, je trouve que ça illustre vraiment bien. Ouais, c'est vraiment bien.
197	**L:** *Écriture illustrée*, la F-38 [*Fichier de l'élève p.145-146*]. Ouais, donc d'avoir le dessin, d'avoir un support visuel sous forme de dessin, ça aide les élèves.
198	**E4:** C'est génial. Moi même ça m'aide moi.
199	**L:** Et ça t'aide toi?
200	**E4:** Oui mais c'est vrai, oui. Et ça aide à expliquer quoi.
201	**L:** Oui. Ça te donne, toi en tant qu'enseignante, un support d'explication.
202	**E4:** Oui, carrément. Mais carrément.

203 **L:** Est ce qu'il y a d'autres choses encore ?

204 **E4:** Après aussi, ce que j'ai pas trop fait moi, c'est tout ce qui était jeu. Parce que des fois, quand je décide, quand je fais mon jeu, mais pas toujours à la dernière, quand je je vais préparer mes séquences, je commence à lire le truc... Et que je comprends pas tout de suite, j'ai tendance à à laisser tomber, voilà, à me dire oops, j'ai pas l'énergie là maintenant de comprendre ça et je peux pas le mettre en place si j'ai pas compris Donc... Je mets de côté, puis après tu passes à autre chose. Mais après j'aurais quand même donné quelques jeux à faire, mais un peu en autogestion pendant que je m'occupais des 8P et je crois qu'ils ont bien aimé, mais c'était plus du, de l'occupationnel. J'ai pas assez bien... Après voilà, mon objectif c'est de mieux utiliser les jeux parce que voilà.

205 **S1:** Pourtant tu as fait quand même l'activité avec les bandes de papier.

206 **S2:** Là, je me suis hyper motivée parce que comme je fais mon CAS justement, j'avais cette notion que les fractions, c'était important. Et puis sur la formation en ligne, il y a les vidéos explicatives aussi.

207 **S1:** Des vidéos explicatives, pour ça, pour ces bandes pliées là.

208 **S2:** Ouais, c'était un peu une activité annexe, mais avec des bandes aussi. D'accord, c'est une activité avec annexe, mais il expliquait comment tu comment tu dois plier une bande. Mais je ne l'ai pas utilisée en classe quand tu dois faire en 9 par exemple. Il expliquait comment faire, mais du coup j'ai pas trouvé l'activité correspondante pour expliquer. Du coup je l'ai pas fait mais j'ai trouvé. C'est marrant. Et c'est vrai que j'avais reporté plusieurs fois. Je m'étais dit je vais faire les fractions, puis à chaque fois je regardais. Ok, je dois faire cette activité, j'étais là oops, il faut que je prépare. Donc non je la fais pas demain donc j'ai au moins trois ou quatre fois le début de cette activité là parce que j'ai pas eu le temps de préparer. Mais à un moment je me suis dit là je vais bien la préparer parce que tu reçois tes bandes, tu dois les sortir les liens, ça te demande de la préparation motivée. Et enfin, et là pour le coup, je me suis motivée parce que voilà, j'avais cette notion que c'est important et tout ça. Mais voilà. Après je comprends parce que moi, les autres trucs, du coup, des fois, dès que je comprends pas l'activité, je la mets de côté. J'ai un peu cette tendance.

209 **S1:** Et donc tu dis dans ce CAS, donc ça t'a fait prendre conscience de l'importance que c'était important ce thème des fractions à travailler?

210 **S2:** Oui, puis le travailler avant les nombres décimaux. C'était ça surtout. Après, comme moi j'avais pas vraiment d'habitude ou après. Pareil pour moi en maths. Mais les chiffres c'est pas, c'est pas un truc comme ça facile. Mais ce que je trouve mieux parce que je suis obligée de réfléchir aussi au sens derrière.

211 **S1:** C'est pas quelque chose avec lequel tu es à l'aise toutes ces notions là.

212 **S2:** Ouais, ça me demande de la réflexion. Je vois un nombre, je vais pas tout de suite la réponse comme ça quoi. Je dois poser, écrire, réfléchir quoi, Ça ne vient pas? Paf, comme ça tout de suite, je vais me faire ma petite réflexion, quoi. Donc effectivement, je trouve que ça aide aussi. Enfin, je trouve que c'est important aussi. Ça permet de mieux maîtriser la notion. Ça c'est clair. C'est un truc qui était bien vu ces fractions quand même.

213 **L:** Est ce que tu as des questions?

214 **E4:** Non, non, non.

ANNEXE 20 Transcription de l’entretien avec E5

1	**L:** Alors merci beaucoup d'avoir accepté. Et puis pour commencer, pour entrer dans le sujet des fractions, j'ai une première question. Si un élève te demande ce qu'est une fraction, que lui réponds tu?
2	**E5:** Oh la vache!
3	**L:** Si tu as envie, tu peux écrire ou dessiner sur la feuille. C'est une question difficile ?
4	**E5:** Qu'est ce qu'une fraction? C'est surtout ... Ce qui est difficile, c'est si c'est un élève qui me demande. Si c'est toi qui me demande, je te dirais qu'une fraction c'est... Une partie égale de quelque chose. Ça peut être 1, ça peut être 20, ça peut être 50. Et puis que ce 20 peut être, je dirais le 1 ou le 20, ou le 50, par exemple on l'a partager en quatre. Puis on a pris une partie, on a pris une partie. On a pris une ou deux, ou trois, ou quatre parties, puis c'est ça la fraction. Après je dirai peut être ça.
5	**L:** Donc tu dirais ça à l'élève. La même chose que tu m'expliques à moi ?
6	**E5:** Je te dirais la partie d'un tout. Et puis je pense que je lui ferais un petit dessin, puis je lui dirais "Imagine, on va partager un gâteau". Et puis si on décide qu'on est deux puis qu'on le partage en deux, une fraction, ça représente une partie de ce gâteau. Mais ce serait quand même complètement abstrait.
7	**L:** Ouais. Qu'est ce qui pourrait le rendre concret?
8	**E5:** Peut être que je prendrai une boîte de bonbons. Puis on ... On partagerait et on partagerait ses bonbons. Puis je dirais tu vois, là, on les a.... On avait douze bonbons, on les a partagés en quatre, puis on en a chacun. On était quatre, on était deux, on est toujours deux. On a chacun eu six bonbons. On a, on a, on a fractionner les bonbons, ça veut dire qu'on a partagé équitablement. Et puis après on a choisi des parties dans ces... Dans ce qu'on a partagé.
9	**L:** Et est ce que par rapport à ça, après tu fais un lien avec l'écriture ?
10	**E5:** Tu dis au moment où ...
11	**L:** Ou plus tard ?
12	**E5:** Alors là on y est venu, on y est venu assez vite en fait. Ce qu'on a aussi fait, c'est qu'on a, si je pense, comment on est revenu aux fractions. Du coup, on s'est aussi intéressé autour de nous, à ce qui était fractionné, par exemple l'heure, la demi heure des quarts d'heure. Vu que j'ai douze footeux dans la classe, les mi-temps puis au hockey les tiers-temps et puis essayer de mettre un peu du sens comme ça. De de dire oui, la mi temps c'est deux fois 45 minutes, donc c'est coupé au milieu. Pour avoir cette idée vraiment de parties égales qui du coup fait que c'est une fraction. Alors que si tu coupes en deux aléatoirement, tu n'es pas dans quelque chose qui est une fraction. Ça c'est ce que j'essaie de leur dire. Puis après on réfléchit à comment on peut, comment on peut l'écrire. Puis là, là, on est passé par les notes. Parce qu'on disait ah mais quand tu fais quatre et demi, comment est ce qu'on écrit quatre et demi? Du coup, c'est assez intéressant parce que tu te rends compte qu'il y a des enseignants qui écrivent assez différemment. Il y a ceux qui écrivent 4,5, il y a ceux qui écrivent quatre 1/2. Donc il y a plein de choses qui ressortent. Mais alors ce demi, il est, il est où? Il est entre le 4 et le 5. Du coup, on essaie aussi une fraction et puis... Donc on l'a abordé comme ça. Puis après on a dit OK, donc on peut l'écrire un sur deux. On peut aussi écrire 0,5. Ça veut dire la même chose. Puis après on a un petit peu poussé aux soldes, mais quand vous achetez un pull à moitié prix, mais la moitié du coup, tu l'écris aussi en mots, on écrit moitié après demi. Après mi. Ha mais minuit. Enfin un peu d'essayer de mettre du lien dans ce qu'ils ont. Et puis après tu arrives à l'écriture un sur deux puis tu reviens. Pis là, parce qu'on expliquait, c'était que tu t'intéressais d'abord... Ce qui était important, c'était de voir le chiffre d'en bas. C'était le plus important. Pour savoir en combien de parties égales on partageait, ce qu'on avait à partager, que ce soit 1, mais que ce soit 20, que ce soit 50. Du coup, on a fait un peu des comparaisons aussi dans la classe. Ça tombait bien, ce jour là, il y avait 20 personnes dans la classe, donc 20 ça se ça se fractionne bien. Et puis du coup, pour essayer de... On a fait les ... Combien y avait de pourcent ... Enfin de filles en fractions ? Combien il y avait... Donc on a fait des petits, des petits moments de jeu comme ça, juste pour se rendre compte. Et puis après on a essayé de dépasser. Après, on a fait une situation fictive où on partait deux classes en course d'école. C'est qu'on était 40. Puis du

coup, si on partageait les deux classes entre les filles et les garçons, ça faisait des moitiés. Et du coup, quand il y avait toutes les filles et un groupe de garçons, combien ça faisait? Essayez de d'illustrer. Voilà un peu.

13 **L:** Et le fait de faire le lien avec comme ça des situations, du quotidien, de la classe, des mots qui connaissent, tu as l'impression que ça les aide à mettre du sens, ça les a aidé à mettre du sens ?

14 **E5:** Moi j'ai l'impression. Après on n'est pas au bout du chapitre, on est, on est plutôt au début on va dire. On a peut être fait aller cinq, 10 %. On n'a pas beaucoup avancé dans notre chapitre sur les fractions. Mais moi j'ai l'impression que oui, ça leur ça leur donne une souplesse. Tu peux faire référence à quelque chose qu'on a évoqué, qui leur a parlé et puis. Donc oui, moi, enfin après, peut être que la suite me donnera tort, mais j'ai eu l'impression que ça leur ça, ça leur parlait. Et puis c'est bête mais de le mettre en lien aussi, alors c'est pas ce que dit ESPER, mais avec l'écriture décimale, avec les pourcentages, avec. En fait, ils se rendent compte qu'ils connaissent déjà plein de trucs. Donc moi j'ai l'impression que ça donnait un côté un peu rassurant sur le parce que oui, ça fait ... Tu dis "fractions", ils se disent qu'est ce que c'est ? Et puis ils se rappelaient, toi tu y étais, du pliage [*Partie de bande*]. Eux, ils avaient retenu. [*Prénom de l'élève*], lui, c'est lui qui a dit "Ah, c'est quand on avait dû plier madame". Lui, c'est ça qui l'avait retenu des fractions. Quand on est revenu dessus deux ou trois mois après, en revenant pas du tout par cette porte là. Ça, lui... En plus, c'était drôle parce que c'était un enfant qui était un peu résistant. Bah ça a pris tout un autre sens "Ha mais c'est facile". Ok, donc après on n'est pas encore au stade où on a mis ça dans des problèmes où ils ont 27 bonbons, ils en prennent deux tiers, Combien ils ont pris de bonbons ? On n'est pas encore arrivé à ça, mais. J'ai l'impression que ça, ça se construit tranquillement.

15 **L:** Donc tu viens de mentionner l'activité avec les bandes. Est ce que tu as l'impression que cette activité de pliage, elle a apporté quelque chose aux élèves?

16 **S2:** Non, justement. Alors oui, elle a apporté un moment de travaux manuels et de pliage. Pour moi, elle n'a pas. Elle n'a rien apporté en terme de fractions.

17 **S1:** En termes de connaissances.

18 **S2:** C'était. Alors après, c'est peut être propre à ma classe ou à mes élèves, mais eux, ils ont vraiment tellement mis le focus sur le fait de plier. Alors de nouveau, pas tous, mais disons, j'en ai quand même une bonne partie qui s'est tellement où la tâche c'était plier du papier. C'était pas prendre conscience qu'ils étaient en train de faire des fractions. Que pour moi c'est un non. Enfin, moi j'ai pour moi. Et d'ailleurs quand j'ai recommencé, je ne suis pas du tout passé par là.

19 **S1:** Oui, c'est ce que tu disais, tu es plutôt passé par une entrée autour de nous dans le quotidien.

20 **S2:** Alors j'ai quand même, j'ai quand même pris des bandes parce qu'il y a une collègue qui m'avait parlé d'une d'une séquence qui faisait dans un IREM en France. Donc on est quand même partis de bandes, mais les bandes n'étaient pas à plier. Je sais pas si tu connais.

21 **L**: Explique.

22 **E5**: C'est... Il y a différentes bandes et puis tu as une bande unité et en fait majoritairement les bandes, elles sont plus grandes que ton unité. Donc les élèves, ils doivent exprimer en s'aidant de l'unité. Donc c'est assez proche. Tout en n'ayant pas finalement toute cette partie d'introduction. En fait, c'est ça. Parce que, en soi, exprimer la bande en utilisant une unité, là oui, tu fais des fractions. Le problème c'est que dans partie de bande, tu as trois quarts d'heure où c'est que du pliage en fait, c'est ça. Parce que là, du coup, la deuxième fois, ça a beaucoup mieux fonctionné, mais on s'est pas pris la tête à vouloir plier en trois. Pas du tout. Donc. Ça. Finalement, c'était une tâche proche avec... Moi, je trouvais aussi intéressant que ça dépasse un peu le l'unité. Moi je me suis dit par rapport à l'autre, c'est vrai que j'entends beaucoup que les pizzas c'est dangereux parce que tu es toujours en train d'exprimer un 1, puis du coup c'est difficile quand tu as du aller, on va dire 7/4 c'est plus difficile à se représenter. Par contre du trois sur quatre ils sont un peu formatés sur du la fraction comme étant toujours plus petite que 1 alors que tu peux exprimer des choses plus grandes que 1. Et là du coup, l'avantage c'est que dans cette tâche là, ben les premières bandes que tu... Je ne vais pas dire mesure parce que tu ne mesures pas, mais je sais pas comment dire autrement les premières bandes que tu dois exprimer, elles sont

	toutes plus grandes que l'unité. Et du coup, ça a permis, après, quand on les a redessinés au tableau comme ça, que ce soit ... Ouais, ça a bien marché. Ça a bien marché. Mais justement, en enlevant toute cette focalisation sur le pliage précis, puis comment on fait des tiers? Parce que là, c'est vrai qu'ils avaient quand même déjà retenu que ça devait être égal. Donc on avait déjà un bon avantage au départ.
23	**L:** Donc ce qu'ils ont retenu, c'était que des partis dans une fraction doivent être égal. Mais après c'est pas une activité qui a apporté beaucoup en terme de connaissance ?
24	**E5**: Non.
25	**L**: Et puis l'autre activité avec les bandes, celle de l'IREM. Par contre là, comme c'est des fractions plus grandes que un, c'était plus ...
26	**E5:** En tout cas c'était...
27	**L:** Fructueux ?
28	**E5:** Oui, après peut être si je refais *Partie de bande* dans ma prochaine équipe, je me focaliserai pas sur les pliages. Ou alors j'introduirai autrement cette idée. Parce que c'est hyper important cette idée de parties égales. Donc ça c'est sûr, ça veut dire que peut être que je le ferai autrement avec d'autres objets ou quoi. Puis après dans partie de bande on on s'intéresserait à, à mesure. C'est pas mesurer. À exprimer la fraction. Sans passer par tout ce moment finalement où moi je les ai, moi je les ai perdu dans ce truc où ils n'arrivaient pas à manipuler pour plier. Du coup, tu... Enfin, il y en a trois qui ont capté ce que c'était une fraction au travers de cette tâche là. J'ai l'impression qu'ils sont beaucoup plus à avoir compris l'idée de la fraction quand on a parlé de mi-temps de foot, on a parlé de la demi-heure, quand on a partagé la classe en deux, en quatre. Là, là, ça prenait une autre dimension.
29	**L:** Tu as plusieurs fois utilisé malgré toi le mot mesure. Pourquoi ça t'embête de l'utiliser?
30	**E5:** Je sais pas, j'ai l'impression qu'on est pas en train de mesurer. Pour moi, mesurer tu fais ça avec une règle ou une équerre ou un rapporteur si tu mesures des angles. J'ai pas l'impression que tu mesures des fractions en fait. Et c'est marrant parce que j'ai une élève systématiquement qui a sorti sa règle et systématiquement je dis "tu ranges ta règle". Oui, mais on s'en fiche que ça fasse un ou deux ou trois cm, c'est pas ça qui nous intéresse. Et du coup, il y a une forme d'abus de langage. Maintenant, oui, peut être exprimer des fractions, je sais pas ce qu'il faudrait dire en fait. Toi tu sais, évidemment.
31	**L:** Non. Non, je sais pas, c'est pour ça que je suis là.
32	**E5:** Mais ce côté de mesures, tu t'enduis. Moi je trouve que tu induis. Peut être que je leur ai dit. C'est peut être pour ça qu'elle a eu envie d'utiliser sa règle. Mais j'ai pas l'impression d'avoir dit mesurer. Mais je me suis pas autant écoutée qu'aujourd'hui. Enfin.
33	**L:** Parce que quand tu sais ça, pour toi, mesurer ça implique utiliser un outil de mesure tel que la règle par exemple.
34	**E5:** Alors on pourrait imaginer que tu mesures avec une ficelle, ça me poserait pas de problème ou que tu... Finalement non, peut être pas forcément par contre. Si tu veux dans cette situation là, avec une bande qui qui mesure bien quelque chose. Bah c'est un peu comme si tu induisait qu'elle qu'elle va mesurer parce que tu peux mesurer avec des pieds, avec des mains, avec un crayon. Enfin tu pourrais me dire ça fait trois crayon et demi. Ce serait aussi une mesure, oui, pas très conventionnelle, mais une mesure quand même. Et là, dans mon esprit, parce que... Avec avec ma volée d'avant, c'est vrai que souvent, quand on introduisait les fractions et les ... Enfin on était souvent, on allait souvent commencer par les nombres décimaux. Puis après on utilisait, moi j'ai beaucoup utilisé la règle de 1 mètre pour fractionner en dixièmes, en centièmes, en millièmes. Puis, je me suis rendu compte, je me disais... Tant que tu es sur de la mesure, ça a du sens. Par contre, quand tu quittes ce support de la règle et du mètre, eux ils ont associé. Ben en fait ils ont pas compris ce que c'était. Du coup, là je me suis dit je me fais violence pour pas utiliser ce support-là où moi je le trouve clair, mais parce que j'ai pu faire les liens que eux ils ont pas encore fait. Et du coup je résiste. Oui, du coup, c'est là où j'ai pas envie qu'ils se disent qu'ils sont en train de mesurer quelque chose.
35	**L:** Pour pas qu'il y ait cette confusion.

36	**E5:** De se dire ah bah les fractions on peut faire quand on mesure avec une règle. C'est quelque chose qui est global en fait, c'est ça. Je pense qu'en effet, si tu as 1 mètre et demi de ficelle, tu peux aussi dire tu as trois demis de ficelle, ça marche. Mais je ne veux pas qu'il se dise qu'il n'y a que ça. C'est plus ça la prévention. Fausse généralisation.
37	**L:** Ok, merci pour la suite. Est ce que tu as utilisé les documents ESPER ?
38	**E5:** On est dedans.
39	**L:** T'es dedans.
40	**E5:** On a utilisé... Qu'est ce qu'on a utilisé?
41	**L:** Comment? Comment vous est ce que tu travailles seule? Vous travaillez en équipe?
42	**E5:** Tu dis seuls ? Les enseignants ou les élèves ?
43	**L:** Oui, enfin, est-ce que toi tu as... C'est toi qui as fait ta planification ? Vous avez fait ensemble ?
44	**E5:** Oui désespérément. Et à mon grand dam. Après, on a ... Si tu veux le chef de file, il nous a filé, il nous a donné la planif ESPER, le découpage de la ... Non pas la planif. Oui, en fait, le découpage DGEO, mais elle nous a donné tous les plans de chapitre. Mais je sais plus où j'ai pas mes trucs là. C'est bête, j'aurais pu te montrer.
45	**L:** C'est celui de la DGEO avec les couleurs sur l'année ?
46	**E5:** Oui, oui. C'est celui avec les apprentissages visés, à quelle moment.
47	**L:** Voilà, c'est ça.
48	**E5:** Ouais, donc en gros on a ça oui, puis après c'est débrouillez vous. Ouais.
49	**L:** Et toi, tu as pris le plan de chapitre pour planifier ?
50	**E5:** Alors moi j'ai...
51	**L:** Comment tu as fait ?
52	**E5:** Comment j'ai fait ? Genre comme d'hab, j'y vais au feeling. Donc j'ai regardé, j'ai regardé ce qu'il y avait comme possibilités, ce qu'il y avait comme tâches. Et puis je je sais où je veux aller avec eux, je sais d'où je pars. Et puis après, entre deux, je m'adapte un petit peu à ... Je m'adapte à ce qui se passe. Heu... Je suis aussi aller rechercher... J'ai envie de jouer le jeu d'ESPER donc j'ai envie de vraiment me mettre... L'utiliser à fond parce que j'ai envie de l'essayer. Donc j'essaye de de résister à... De résister à mettre dans le... J'essaie de résister à me mettre dans le comment. D'aller chercher dans mes autres trucs ou...
53	**L:** Ce que tu faisais avant ?
54	**E5:** Pour vraiment essayer de tester. Donc je regarde comment on avance, je regarde comment ils avancent, je regarde ce qu'ils comprennent, puis un peu en fonction de ça, je vais, je planifie la suite. Je ne vais pas dire que je planifie au jour le jour, mais un peu. J'avoue.
55	**S1:** Tu t'adaptes à l'avancée des élèves ?
56	**S2:** Oui. Et puis au vitesse. Et puis j'essaye de... Il y a des bouts, on travaille ensemble, il y a des bouts, ils font tout seul, voilà. Mais c'est plutôt un peu au jour le jour.
57	**L:** Ouais. Ok. Alors si on. Enfin, ...
58	**E5**: T'as perdu le fil.
59	**L:** Alors quelle activité tu tu as faite par exemple ?
60	**E5:** Je te dis on est vraiment au début, début.

61	**L:** Alors tu as trouvé intéressante?
62	**E5:** On a alors. On est passé celle-là [*Fractions de bandes 1*], ils l'ont fait suite à justement la discussion de... Comment... Des parties égales. Puis du coup de s'intéresser parce que on s'était beaucoup intéressé aux chiffres d'en bas, mais du coup on a utilisé un peu pour s'intéresser à savoir ce que ça voulait dire celui d'en haut. Après ce qui est embêtant, c'est que tu es limité à 1. Donc on a celle là, elle nous a un peu servi à voir ce que ça voulait dire le chiffre d'en haut, tout en étant voilà, ici. Celui là, on l'a fait, mais par oral. On l'a fait ensemble pour pour essayer de justement se dire ah mais là c'est partagé en trois, mais c'est pas égal, là il est partagé en quatre, ça ne joue pas là. Enfin voilà. Donc on l'a un peu discuté ensemble. Et puis... On est, on est.. Je crois... Celui là... En fait on était, on était... Ça, c'est l'objectif. Ça, c'est l'objectif de la semaine prochaine. C'est de là justement où...Voilà... On va on va aller au delà du un. Et puis parce que moi je leur dis toujours, je leur dis Ok, quand vous voyez la fraction, la première question que vous devez vous poser, c'est par combien? Est ce qu'on a partagé chaque unité, puis là, puis le reste, vous vous en fichez. (..) Donc là on a partagé en deux. Ça veut dire laquelle est-ce qu'on va choisir? Laquelle on choisit ? Et puis une fois qu'on sait ça, après on regarde au dessus combien on va en prendre. Et puis je ne vais pas dire une espèce de marche à suivre, mais quand même quelque chose de de cette idée là, pour avoir cette idée d'abord de finalement, par combien on a dit. Ça, je leur ai aussi dit que la barre, ça voulait dire partager, diviser, fractionner. C'était une façon de dire qu'on avait divisé en deux. C'est vrai que c'est difficile de tout d'un coup et c'est là où moi je me dis c'est fou finalement, parce que ça, c'est très facile, entre guillemet à faire. C'est très facile. Et du coup là [*Fractions de bandes 2*] tu en as deux, puis ils ne savent plus parce qu'ils disent mais "Madame, il n'y en a aucune qui est partagée en deux". Et parce qu'en fait il y en a deux. Enfin, dans leur esprit. Ok, alors tu t'intéresses juste à une laquelle qui est partagée en deux? Ah celle là, Ok, donc ça veut dire que c'est celle là qui va nous intéresser. Mais du coup, t'as vu, c'est comme si on avait un et un et puis on peut dépasser et puis. Mais c'est pas c'est pas facile de. De dépasser justement ce, ce saut là.
63	**L:** Est ce que dans la dans la mise en page [*Fractions de bandes 2*], tu penses qu'il y a quelque chose qui du coup encourage, va dans le sens de cette difficulté ?
64	**S2:** Alors déjà je trouve... Il y a beaucoup, il y a presque trop d'informations. Si tu veux, il y a un peu moins de moi. Quand je vois ça, je me dis il y a un peu deux tâches. D'abord, déterminer laquelle représente le demi. Donc tu as déjà beaucoup de choix. Mais surtout, justement, tu as toute cette colonne finalement qui est de trop pour cette étape là. Puis après. Moi je me dis pour une en plus c'est genre une des scènes d'intro, on est pas loin de l'intro il me semble. Moi, j'aurais peut être donné la bonne bande et puis dis voilà, on fait des demis, on en veut trois. Qu'est ce que ça représente? Et puis après. En fait c'est tout. Moi je trouve que c'est ou alors la première, tu mets juste les demis, la deuxième tu fais juste des tiers, puis la troisième tu mets deux possibilités, deux possibilités, puis là les deux dernières tu mets les trois possibilités.
65	**L:** Donc là, le fait qu'il y ait tout de suite on passe déjà à plus grand que un, et en plus...
66	**E5**: Tu dois tout gérer en même temps. Voilà.
67	**L**: Il y a plusieurs possibilités.
68	**E5:** Tu dois sélectionner et... Donc moi j'aurais fait. Ouais, je me disais je après j'ai envie d'essayer. Donc comme j'ai dit, je respecte. Mais c'est vrai que si je si je l'avais fait à ma sauce, oui, j'aurais peut être mis les deux où je l'avais donné une bande.
69	**L:** Que une bande.
70	**E5:** Puis après j'en aurais peut être mis deux pour dire "Alors du coup vas y, discrimine, choisis laquelle tu prends". Puis après... Le level max.
71	**L:** Et tu imagines que les élèves comme... Ils vont s'y prendre comment ? Vous allez faire ça la semaine prochaine.
72	**E5:** Ouais. Mais je crois que c'est celle là la semaine prochaine.
73	**L:** Donc tu ferais la 23 avant la 22.

74 **E5:** Non, non, non, non, non. Il me semble.

75 **L:** Celle là, tu as déjà fait. Bon, c'est pas grave. Mais.

76 **E5:** Ou alors elle est, elle est. Elle est en cours de route. Mais justement, elle a fait ressortir ces difficultés là en fait.

77 **L:** D'accord, c'est ça.

78 **E5:** Elle a montré ses difficultés là, c'est ça. On était en train de travailler sur celle-ci en fait.

79 **L:** Donc de voir que, en fait, cette unité là, ça va aussi, enfin, ça se prolonge. En fait, les deux bandes, elles vont ensemble sur la même ligne. Ouais.

80 **E5:** Ce truc là, et puis de se dire justement, de se dire. (...) Parce que quelque chose qu'on a aussi fait en introduction, une fois qu'on a un peu introduit l'écriture comme ça. On a on a représenté par exemple de dire est ce que trois demi c'est plus grand ou c'est plus petit, ou c'est égal à un? Et puis après, est ce que deux demi c'est plus petit, plus grand ou égal à un? Puis est ce que une demi c'est plus petit? Donc essayer de montrer que finalement. Puis tout en les dessinant, donc que tu pouvais exprimer deux sur deux, ça veut dire que c'est comme 1, un sur deux, c'est plus petit et puis puis se dire ah bah quand le chiffre d'en haut il est plus grand que celui d'en bas, ça veut dire qu'on est plus grand que 1. Donc si tu veux, théoriquement... Ça, ça les rassure. Ils avaient capté l'idée qu'en fait, on pouvait dépasser 1. Puis quand ils sont arrivés dans. Devant le fait accompli à devoir l'illustrer... Eh bien, ça a été assez difficile en fait de. De se dire alors voilà, est ce que c'est parce qu'il y avait trop d'informations? Est ce que c'est parce que. Enfin, alors. Plusieurs, on a fait comme ça et là du coup ils arrivaient mieux à choisir ce qui correspondait après. Alors maintenant, si on en veut trois. Ok. Après c'est vrai que ça a quand même toujours pas de vraiment pourquoi, Je veux pas dire mesurer mais finalement. Qu'il n'a pas non plus mis en lien avec 1,5 ou avec six. Si tu cherches trois demi. Enfin, si tu as deux bonbons. Enfin bref, c'est vrai que finalement tu le relie pas à quelque chose de concret à ce stade. Tu sais juste que tu as partagé en deux et que tu en as pris trois. Oui, voilà. Puis tu testes. Mais donc celle là, elle est en cours.

81 **L:** Ouais. Et puis alors maintenant, celle-là [*Deux écritures pour une même nombre 1*]?

82 **E5:** Ça va être, ça va être celle là... Alors, j'ai déjà j'ai déjà.... C'est marrant parce que je fais de l'enseignement spécialisé. Donc en fait, avec mes élèves, on travaille ici. C'est assez cool parce que je travaille avec un élève qui est dans une autre classe, qui est un petit peu plus d'avance que moi. Donc en fait, je vois les difficultés à lui. Ce qui me permet d'adapter. Ça me donne encore plus d'idées, de difficultés que je vais rencontrer avec mes élèves. Donc si cet exercice là je l'ai fait avec lui, je peux te dire que ce qu'on a vu. C'est un élève qui a pas mal, qui a quand même pas mal de difficultés. Et c'était là aussi. Du moment où tu cachais qu'il voyait que c'était des demis. Puis après tu pouvais montrer et dire combien il y avait de demis. Il y en avait trois. Ok, ok. Et après? Réussir à les passer à l'écriture de. Une demi plus un. Bah là en fait c'est marrant parce que au début ça voulait ça, ça voulait rien dire. Et du coup, je l'ai vu ici qui était tout colorié et du coup je lui ai dit bon. Parce que lui il était du coup enfin là, bloqué sur ses demi....

83 **L:** Donc trouvez là. Pardon, Trois demis, Ça, ça, ça allait.

84 **E5:** Trois demis. Ouais, ouais, du moment où tu avais lâché ce qu'il y avait en plus. Puis après trois demis, c'était bon. Ok, pas de soucis. Mais pas quand il fallait l'exprimer en un ou deux ou plus. La fraction. Bah vu qu'il restait toujours ce petit trait là au milieu, c'était très embêtant une fois qu'il avait, une fois qu'il l'avait vu trois et demi, bah il voyait le trois demi. Ok. Du coup on descendait là, Puis là, il y a combien? Il y a 1. Puis du coup là, il y a combien? Ben y a deux demis. Et puis du coup, de faire ce, cet aller retour en fait sur l'unité. Mais par contre, alors une fois qu'il a capté que ça, tu pouvais aussi dire une 1. Alors après il a eu plus de facilité à à exprimer ceux-là. Même si ça restait, tu voyais que dans sa tête, ça restait. En fait, il avait compris l'exercice. Mais tu voyais qu'il avait vraiment rien de rien d'évident en terme de ... Voilà, là j'ai vu que c'est des tiers. Pourquoi tu m'enquiquine à revenir en arrière de mes tiers. Un peu dans cette idée là, Donc je me réjouis de voir comment vont réagir mes élèves à ça.

85 **L:** Et à ton avis, c'est quoi l'objectif d'avoir ces d'amener les élèves vers ces deux ? Cette équivalence entre... si on prend le premier trois demi et un plus une demi ?

86 **E5:** Alors c'est vraiment. C'est une question que je me suis posée. J'ai trouvé, j'ai fait une hypothèse... L'hypothèse, c'était justement cette idée de moi. Je te dis que l'envie, ça devait être déjà de ne pas cantonner les fractions à quelque chose qui est plus petit que 1. Voilà de dire on peut exprimer des choses plus grandes que 1 aussi avec des fractions. Ça, c'était un peu mon hypothèse principale. Euh. Et puis sinon... Parce que. Moi j'avais presque envie de dire ok, ça fait trois demis, ça fait 1+1/2 ça fait 1,5 et tu vois, tu fais le pas d'après, puis tu mets tout. Enfin tu mets le lien directement avec l'écriture décimale, même si ils n'y sont pas, ou à l'écriture avec les nombres décimales dans cette façon décimale. Mais avec les nombres à virgule, ils ont pas du tout encore. Ils ont encore pas du tout rentrer là dedans parce qu'après. Enfin moi je le fais le lien. Mais je suis grande. Mais du coup je me dis ça peut être ça pourrait aussi être intéressant de dire que 1+1/2, dans trois semaines, ce sera 1,5. Donc, est ce que c'est. Est ce que c'est aussi pour faire le lien vers ça? Tu vois, là, dans cette deuxième partie [*Deux écritures pour un même nombre 1, f à j*], l'unité. Elle est... Elle est plus fractionnée. Elle est directement... Et l'exercice, il est inversé. Du coup, ils ont... Ils doivent ils commencent par écrire 1 + la fraction qui donne quoi en terme de fraction...

87 **L:** Ouais.

88 **E5:** Mais... Je pense que toi tu as toutes tes hypothèses. Je serais curieuse de les connaître.

89 **L:** Non mais moi je m'intéresse à ce que toi tu en penses.

90 **E5:** Mais moi quand on sera plus enregistrées, je m'intéresse à ce que toi tu en dis.

91 **L:** Et celle là, tu penses la faire la F-24. Donc c'est la suite.

92 **E5:** Peut être... Peut être... Ça va dépendre comment ils réagissent ici.

93 **L**: Avec les bandes.

94 **E5:** Et puis après...Après, peut être pas toutes. Pour moi c'est quand même plus explicite. Enfin je sais pas, mais c'est très visuel. Mais moi ça me parle plus les bandes que là où... Où je sais pas très bien s'il y a une continuité, s'il n'y a pas de continuité.

95 **L:** Entre les entre les figures à la 24 ?

96 **E5:** Mais en même temps, là tu vois, tu passes quand même sur des grands. Donc finalement, tu étais beaucoup plus loin du un. Pourquoi pas. Je vais voir déjà comme comment ça se passe ici.

97 **L:**Ok. Moi j'aurais quand même une question par rapport à celle là, si tu es d'accord.

98 **E5**: Ouais vas-y, vas-y.

99 **L**: Donc là, si on regarde le a) déjà, je vais te demander à toi, au huit cinquième, comment est-ce que tu imagines qu'un élève va s'y prendre?

100 **E5:** Alors s'il a bien écouté ce que je lui ai dit, s'il a bien écouté ce que je lui ai dit... Donc... Ou bien enregistrer, il aura enregistrer déjà 5 cinquième, c'est 1. C'est à dire que dans une figure, il y en aura déjà cinq, et puis pour aller chercher les trois dans celles qui manquent. Après... Ouais parce que du coup c'est la même écriture que là. Heu... Mais il va certainement aussi... Un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit. Puis il va les compter. De... J'imagine de un, en un. Ceux qui ont le mieux compris l'idée de la fraction, ils vont se dire "Ah mais là j'en ai, je sais que, vu que c'est des cinquièmes, je sais qu'il y en a déjà 5. Je rajoute les 3 qui manquent. Et puis ceux qui ont pas encore compris ça, ou qui ont pas envie, ou qui sont ... Moins de facilité, ou simplement parce que eux, ils le comprennent comme ça, d'aller les compter l'un après l'autre. Peut être qu'ils vont faire trois, quatre, cinq, six, sept, huit.

101 **L:** Et puis comme ça [Je lui montre ]. Et puis si un élève fait ça, tu...Qu'est-ce que tu lui dis?

102 **E5:** Je lui ai dit qu'il est créatif. Qu'est ce que je lui dit ?

103 **L:** Est ce que ... Déjà, est-ce que tu lui dis que c'est juste, que c'est faux?

104 **E5:** Je lui ai dit, je lui dirais... "Bon, qu'est-ce qu'on est en train de chercher? Tu es en train de chercher des cinquième? Donc ça veut dire que chacun, tu l'as partagé en cinq parties qui doivent être égales.

Donc, qu'est ce que là, dans ce que toi tu as représenté, est ce que c'est partagé en cinq parties égales?" Parce que normalement, à la limite tu pourrais dire un, deux, puis un petit bout. Enfin, j'imagine que visuellement il se dirait ça ne marche pas. Après je lui dirai aussi... Et c'est là où je trouve que la la représentation, pour moi elle est un peu foireuse. Ce serait peut être de lui demander ce que ça représente une des figures là. Puis si il me dit ça représente 1. Je dirais ok. Donc ça veut dire que si on reprend, je sais pas moi, si on fait une barre à côté et que tu devais prendre 8/5, est ce que tu prendrais aussi sur chacune des barres deux à chaque fois? Enfin, je le mettrai peut être une autre représentation. Pour que tout à coup il se dise... Enfin... Qu'il fasse peut être le lien vers ça.

105 **L:** Parce que ce que tu dis, l'élève qui dessine comme ça. Ce que tu me dis c'est qu'il va pas réussir après à dire ça fait x entiers plus la fraction.

106 **E5:** Disons... Il sait pas, il se l'est pas représenté. Parce que finalement, oui, il en a pris huit sur les 20. Ouais, donc là finalement, on est en vingtièmes, on est plus en cinquième. Non, attends. Oui, c'était en cinquième, tout va bien. Et il a 8 vingtièmes. Donc est ce que 8 vingtièmes, c'est la même fractions? Enfin, c'est si tu les considères là, je dirais. Finalement, c'est comme si tu avais considéré que tout ça, c'est 1 et que tu avais pris au hasard comme tu voulais. Alors que c'est pas tout ça, 1. Ça, c'est 1. Ça, c'est 1. Ça, c'est 1. Ça, c'est 1.

107 **L:** Intéressant. Ok. Trop bien, merci. Il y a d'autres choses sur ces ces deux fiches que tu aimerais dire encore qui te viennent ?

108 **E5:** Je te les dirai quand je les aurais faites. Oui, dans le sens où voilà, là je te dis avec le petit élève que j'aide, ça c'est ce qui est ressorti, c'est que, une fois qu'il a. Voilà, il a fallu cacher. Une fois qu'il a compris, c'était difficile de revenir pour l'exprimer en unités plus les fractions ici. Du coup c'était le problème à l'envers. Revenir à... Une fois que tu as l'impression qu'il y a un langage qui s'est placé, il est bloqué, il est, il est calé quoi. Ouais. Après... Moi. Alors à la limite les mais pour moi c'est pas de nouveau, on est dans quelque chose qui n'est pas explicite. De je sais pas, mais même là [*Montre les bande de Deux écritures pour une même nombre 1*], à part ça, moi j'aurais fait, moi j'aurais. Moi j'aurais envie de mettre zéro, un, deux, trois, quatre.

109 **S1:** Comme sur une droite numérique.

110 **S2:** Ouais, pas une règle, mais une mais oui, pour mettre des repères. Puis là, du coup, dans mon esprit à moi, bah je comprends ça. En fait, il est où? C'est qu'il en a choisi huit.

111 **L**: Celui-là?

112 **E5:** Bah ouais, parce que c'est pas explicite que chaque fois c'est une unité. Là, c'est un peu plus. D'ailleurs, l'élèves que j'ai aidé, je les ai mis au crayon zéro un deux [*Écrite des graduations comme sur une droite pour les bandes*].

113 **L:** Est ce que tu dis c'est pas explicite que 5/5 c'est 1 ?

114 **E5:** Alors ça oui, ça oui. Mais pour moi c'est pas illustré. Je sais pas comment dire.

115 **L:** Le dessin n'aide pas cette définition-là.

116 **E5:** Ouais, c'est ça.

117 **L:** Ouais ok, mais... Mais je peux pas t'expliquer. Pour moi c'est plus lisible là.

118 **E5:** En bande que en surface ? Ouais.

119 **L:** Clairement. Oui, c'est vrai. Après, ça ne va pas m'empêcher de colorier un, deux, neuf, parce que j'ai le contrat. Oui, je suis capable de faire l'exercice, mais ça me parle plus là visuellement. Après, peut être que pas du tout mes élèves. Mais tu vois, là, ils vont voir la pizza, puis ils vont se dire c'est bon, ouais. Ah ouais. Et là aussi, peut être que la pizza, tu pourrais dire c'est une pizza, Là, il y a une deuxième pizza, puis une troisième pizza, puis quatre pizza. Enfin, tu vois. Et tu fais de nouveau, tu fais le lien. C'est bête avec quelque chose que tu connais. Qui est visible... Heu...

120 **L:** Très bien. Merci.

121	**E5:** Parce que j'étais un TSA peut être...
122	**L:** Très bien, merci. Alors la suite, tu n'as pas fait encore, c'est ça? Moi je j'avais choisi comme activité aussi celles-ci là, *Codages* et *Décodage.* On peut... Qu'on peut mettre, on peut mettre côte à côte, comme ça on peut les voir. Mais comme tu l'as pas fait, voilà, sens-toi... Mais est ce qu'il y a des choses comme ça qui, qui te parlent, qui te parlent pas ? Qui sont intéressantes, difficiles. Déjà, est ce que ça te semble une activité que tu dis "Je la ferais" ?
123	**E5:** Déjà en 7ème) Bah ça me semble hardcore en 7ème.
124	**L:** Ouais.
125	**E5:** Après alors... Bah elle a pour moi, elle a déjà l'avantage de, du lien avec le nombre.
126	**L:** Vas y, explique.
127	**E5:** Bah là, pour moi, tu rends visible la valeur de la fraction. Du coup tu as finalement, tu as ce qu'il manquait ici. Parce que pour 1/2, c'est une moitié. Puis à un moment donné, c'est tellement intégré que c'est 0,5. Du coup, là, je trouve que tu as un peu trois façons de vérifier. Là, tu en as deux parce que tu as quand même toujours à la moitié, mais là tu as quand même trois façons de vérifier que tu as 1/2. C'est une 1/2. Je sais pas comment dire.
128	**L**: Ouais.
129	**E5**: Donc ça oui. Après... Je sais pas moi j'ai l'impression que... Parce que logiquement c'est ça, c'est les exercices d'intro, ça veut dire ça, c'est les premiers exercices d'entraînement. Si on suit le rythme d'ESPER. C'est où *Codages* ? [*Regarde le plan de chapitre*]
130	**L**: C'est ici.
131	**E5:** On peut dire que c'est. Ça veut dire que c'est la suite de ça. Ok. C'est pas facile. Ils sont petits, ce sont des 7ème. Après, moi, j'ai des élèves qui sont quand même particulièrement, qui ont certaines difficultés, plus ou moins grandes. Mais là, je trouve que... Finalement pour le coup, passer de là avec des petits triangles, des pentagones, des pizzas et puis à ça! Tu as un énorme écart au niveau de l'abstraction qui est... Ouais... Dans quel sens tu vas aussi? Parce que finalement...
132	**L:** Ouais. Donc, est-ce que c'est peut être pas une activité que tu ferais? En tout cas pas tout de suite après F-23, F-24 ?
133	**E5:** Bah... Je sais pas. Après si je, si je, si je joue le jeu de suivre le plan why not pour tester. Peut-être que, peut-être que moi j'ai une impression... Mais tu vois, du coup je vois, je vois... Par exemple si je passe de là à là, c'est le même exercice. Enfin, j'ai, j'ai de la peine à... Et la plus value de ça, c'est qu'il y en a plus en fait, c'est ça. C'est l'exemple pour ça.
134	**L:** Oui, ça c'est l'introduction, *Le même trait* [*Fichier de l'élève p.130*]. Avec je sais pas si celle-là [*je prends une petite bande en papier*]. Non c'est pas celle là, mais il y a une bande qui correspond [*à la distance pour l'unité*] puis de faire le lien, tu vois avec. Cette partie de la bande, ça c'est une unité. Voilà la bande unité exacte qui est partagée. Voilà. Puis après tu dois dire c'est partagé en trois. Donc A c'est un tiers.
135	**E5:** Mais à part ça, franchement c'est hyper intéressant je trouve. Alors l'exercice, moi je l'aime. Ce que j'aime bien, c'est que justement... Là, c'est un peu abstrait. C'est un peu illustré, je ne vais pas dire mécanique. Parce que souvent ils sont quand même assez bons, en tout cas dans mes volées précédentes quand tu donnes ces exercices-là, une fois qu'ils ont capté le premier, ils y arrivent assez facilement. De temps en temps, tu en as un qui fait ça , mais c'est assez rare. Ils ont ils ont assez vite compris le contrat. Ça se complique quand ça arrive ici. Oui mais du coup, je trouve intéressant de enfin ici dans ce type d'exercices. Puis finalement, peut être qu'ils arrivent très tôt. Ça veut dire que tu ne peux plus. Tu peux vraiment faire le lien finalement avec ce qui s'est passé là. Puis de dire "Bah là, cet exercice là, vous l'avez, c'est le même en fait". On a ajouté des un et des deux et des trois. Mais on a là, on a pas, on a exprimé parce que c'est aussi ça. Tu, tu, tu, tu change le... Comment dire ça? ... Il y

a quelque chose qui change aussi au niveau visuel. Là t'es... Finalement tu exprimes, t'es sur le, t'es sur le3/2 mais tu rends pas visible quand je suis à B, tu rends pas visible comme ici ...

136 **L:** Les parties, la quantité.

137 **E5:** La quantité Je ne sais pas comment dire. Je pense que là, il y a un... Il y a un passage qui va devoir être, qui va devoir se faire. Puis peut-être que finalement d'aller à la suite, puis de les mettre, comme on a mis là, un peu en vis-à-vis. (..) Ça... Parce que finalement, ça, moi l'avantage que j'y vois, c'est que tu fais le lien... En fait je sais pas comment dire, on va arriver à 4+2/3, donc à 4,66. Finalement. Le fait d'enlever que là on a, c'est des tiers, donc on a 12/3 + 2/3. Je pense que jusqu'à maintenant, enfin, nous. Moi, dans mon souvenir d'avoir travaillé les fractions, là on avait 14/3, on avait pas 4+2/3. Donc je pense que c'est un peu le virage vers, de mettre ce sens avec les nombres à virgule. Parce que est-ce que ça serait faux de l'exprimer... Il y en a quand même qui sont exprimés que en tiers ou... C'est... Tu m'as posé la question avant c'est quoi la plus-value de l'écrire unité plus fraction. J'aimerais bien savoir ! Il y en n'a peut être pas ! J'en sais rien, hein. Ou alors de dire, ou alors de dire peut-être que moi je leur dirais : "4+2/3, ok, ça fait combien de1/3?". Puis là, puis là 9/3 "si vous l'écrivez ?" "Ben c'est 3". Mais d'avoir les deux en...

138 **L:** De toujours faire le lien entre les deux ?

139 **E5:** De demander à avoir les deux. Parce que là, ça va te permettre de voir que là, ben tu peux pas parce qu'il n'y a pas... c'est zéro plus 1/3. Oui, tu pourrais l'écrire. Puis là, ben pour pas, pour pas... Je sais pas, moi j'ai toujours peur que du coup l'un prenne le dessus sur l'autre et puis que tu passes à côté. Mais... Ça là aussi... des quarts ... Après tu pourrais dire 1+2/4 ok, mais ça veut dire... Et ça on l'a aussi... Alors moi j'y suis pas, j'y vais, je vais aller vers ça. Mais de dire par exemple 2/4. On est quand même au début hein.

140 **L:** Oui.

141 **E5**: 2/4 est-ce qu'on pourrait l'écrire autrement que 2/4 ? Et dire que on peut aussi écrire 1/2. Puis là aussi tu dis ça pourrait aussi être intéressant de, de le voir avec eux. De dire "1+2/4, ha ben c'est aussi 1+1/2". Puis si je me mets là, il n'y a pas, mais on pourrait dire aussi 1+3/6. Puis de gentiment, si mon truc finalement c'est, c'est un nombre, mais tu peux l'écrire de de plein de... De plusieurs façons, en fait. Il n'y a pas qu'une écriture. Donc oui, je te dirai quand heu ...

142 **L:** Te diras oui.

143 **E5:** Je penserai à toi.

144 **L:** Oui, ça marche. Est ce qu'il y a d'autres choses que tu aimerais ajouter ou est ce que tu as des questions auxquelles je peux répondre?

145 **S2:** Non.